**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО МОРСКОГО И РЕЧНОГО ТРАНСПОРТА**
**ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»**
**Котласский филиал**
**Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования**
**«Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова»**
**(Котласский филиал ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»)**

**УТВЕРЖДАЮ**
Директор филиала
_________О.В. Шергина
« 31 » 03 _____________ 2020 г.

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ ПД.01 МАТЕМАТИКА

**(общеобразовательный цикл специальностей технического профиля)**

**Котлас**
**2020**

| | |
|---|---|
| **ОДОБРЕНА**<br>на заседании ЦК<br>математических и<br>естественнонаучных<br>дисциплин<br>Протокол<br>от «12» марта 2020г.<br>№7<br>Председатель<br>_______________/Н.И. Субботина/ | **УТВЕРЖДАЮ**<br>Зам. директора по УМР<br>_______________/Н.Е. Гладышева/<br>«31» марта 2020 г. |


**Автор**:
Каданцева Ольга Михайловна — преподаватель КРУ Котласского филиала ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»


Рабочая программа разработана в соответствии с примерной программой общеобразовательной учебной дисциплины ***«Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия»*** для профессиональных образовательных организаций, рекомендованных ФГАУ ФИРО (протокол № 3 от 21 июля 2015г.; регистрационные номера рецензий 376 и 378 от 23 июля 2015г.) в редакции 2017 года (Протокол № 3 от 25 мая 2017 года ФГАУ ФИРО).

***СОДЕРЖАНИЕ*** **стр.**

## 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### 1.1. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы (ООП):

Учебная дисциплина Математика входит в состав предметной области «Математика и информатика» ФГОС СОО и изучается в общеобразовательном цикле (**0.00 Общеобразовательный цикл)** учебного плана при реализации образовательной программы среднего общего образования в пределах освоения ОПОП СПО на базе основного общего образования.

### 1.2. Цель и планируемые результаты освоения учебной дисциплины:

Освоение содержания учебной дисциплины ПД.01 «Математика» обеспечивает достижение обучающимися следующих результатов:

• **личностных:**

- сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;
- понимание значимости математики для научно-технического прогресса, сформированность отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;
- овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественно-научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;
- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;
- готовность и способность к самостоятельной творческой и ответственной деятельности;
- готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;
- отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;

• **метапредметных:**

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;
- владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;
- владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;
- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

- целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

**• предметных:**

- сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;
- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;
- владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;
- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;
- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;
- сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;
- владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.

Достижение обучающимися выше перечисленных результатов способствует формированию общих компетенций (ОК 01- ОК 11), определенных ФГОС СПО:

| | |
|---|---|
| ОК 01. | Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам |
| ОК 02. | Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности |
| ОК 03. | Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие |
| ОК 04. | Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами |
| ОК 05. | Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста |
| ОК 06. | Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей |
| ОК 07. | Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях |
| ОК 08. | Использовать средства физической культуры для сохранения и укрепления здоровья в процессе профессиональной деятельности и поддержания необходимого уровня физической подготовленности |
| ОК 09. | Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности |
| ОК 10. | Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языке |
| ОК 11. | Планировать предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере |

Согласно требованиям ФГОС СОО к результатам освоения обучающимися образовательной программы, обучающиеся должны освоить универсальные учебные действия (далее – УУД): регулятивные, познавательные, коммуникативные.

## 2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### 2.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

| **Вид учебной работы** | **Объем в часах** |
|---|---|
| **Максимальная учебная нагрузка (всего)** | **251** |
| **Обязательная аудиторная учебная нагрузка (всего)** | **239** |
| в том числе: | |
| теоретические занятия | 121 |
| практические занятия | 118 |
| **Консультация** | **6** |
| **Промежуточная аттестация – дифференцированный зачет, экзамен** | **6** |

**2.2. Тематический план и содержание учебной дисциплины**

| Наименование тем/разделов | Содержание учебного материала и формы организации учебной деятельности обучающихся | Объем в часах | Компетенции и УУД, формированию которых способствует элемент программы |
|---|---|---|---|
| **1** | **2** | **3** | **4** |
| **Введение** | **Содержание** | **1** | |
| | Цели и задачи изучения математики. Математика, ее значение и связь с другими науками | 1 | ОК 01, ОК 02, ОК 09, ОК 11<br>Регулятивные<br>Познавательные<br>Коммуникативные |
| **Тема 1. Развитие понятия о числе** | **Содержание** | **9** | |
| | История возникновения чисел. Все действия с числами | 5 | ОК 01 - ОК 11<br>Регулятивные<br>Познавательные<br>Коммуникативные |
| | Приемы вычислений с приближенными данными. Погрешности приближённых вычислений | | |
| | Мнимая единица. Алгебраическая форма комплексного числа. Действия с комплексными числами. Геометрический смысл комплексного числа. Комплексные числа в полярных координатах. Тригонометрическая форма комплексного числа | | |
| | **Практические занятия:**<br>*Практическое занятие № 1.* Рациональные способы математических вычислений | 4 | ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 06, ОК 08, ОК 11<br>Регулятивные<br>Познавательные<br>Коммуникативные |
| **Тема 2. Корни, степени и логарифмы** | **Содержание** | **32** | |
| | Степени с рациональными показателями и их свойства. Степени с действительными показателями и их свойства. | 12 | ОК 01 - ОК 11<br>Регулятивные<br>Познавательные<br>Коммуникативные |
| | Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Десятичные и натуральные логарифмы. Правила действий с логарифмами. Переход логарифма к новому основанию | | |
| | Преобразование алгебраических, рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических выражений | | |
| | Действия со степенями и логарифмами | | |
| | **Практические занятия:**<br>*Практическое занятие № 2-4.* Действия со степенями. Действия с корнями. | 20 | ОК 01 – ОК 06, ОК 08 – ОК 11 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | Действия с логарифмами.<br>Преобразование математических выражений | | Регулятивные<br>Познавательные<br>Коммуникативные |
| **Тема 3. Функции, их свойства и графики. Степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции** | **Содержание** | **14** | |
| | Функции: область определения, множество значений, график, способы задания. Свойства функции: монотонность, экстремумы, чётность/нечётность, ограниченность, периодичность. Наибольшее и наименьшее значения. Применение функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях | 10 | ОК 01 - ОК 11<br>Регулятивные<br>Познавательные<br>Коммуникативные |
| | Обратные функции | | |
| | Арифметические операции над функциями. Сложная функция (композиция) | | |
| | Степенная, показательная, логарифмическая и тригонометрические функции | | |
| | Обратные тригонометрические функции | | |
| | Преобразование графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей, начала координат и прямой y=x. Растяжение и сжатие функции вдоль осей координат | | |
| | **Практические занятия:**<br>*Практическое занятие № 5-6.* Применение функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.<br>Преобразования графиков функций | 4 | ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 05, ОК 06, ОК 07, ОК 11<br>Регулятивные<br>Познавательные<br>Коммуникативные |
| **Тема 4. Уравнения и неравенства** | **Содержание** | **29** | |
| | Уравнения и неравенства. Равносильность уравнений, неравенств, систем | 21 | ОК 01 - ОК 11<br>Регулятивные<br>Познавательные<br>Коммуникативные |
| | Рациональные, иррациональные, показательные и тригонометрические уравнения и системы. Основные приемы их решения (разложение на множители, введение новых неизвестных, подстановка, графический метод) | | |
| | Рациональные, иррациональные, показательные и тригонометрические неравенства. Основные приемы их решения | | |
| | Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем | | |
| | Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений. | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | **Практические занятия:**<br>*Практическое занятие № 7-8.* Решение иррациональных и показательных уравнений и неравенств.<br>Решение тригонометрических уравнений и неравенств.<br>Дифференцированный зачет | 8 | |
| **Тема 5. Прямые и плоскости в пространстве** | **Содержание** | **28** | |
| | Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Параллельность прямой и плоскости. Параллельность плоскостей | 8 | ОК 01 - ОК 11<br>Регулятивные<br>Познавательные<br>Коммуникативные |
| | Перпендикулярность прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный угол. Угол между плоскостями. Перпендикулярность плоскостей | | |
| | Геометрические преобразования пространства: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости. Параллельное проектирование. Ортогональное проектирование. Площадь ортогональной проекции | | |
| | **Практические занятия:**<br>*Практическое занятие № 9-17.*<br>Изображение пространственных фигур на плоскости.<br>Признаки и свойства параллельных и перпендикулярных плоскостей.<br>Расстояние от точки до плоскости, от прямой до плоскости.<br>Расстояние между плоскостями, между скрещивающимися прямыми.<br>Расстояние между произвольными фигурами в пространстве.<br>Признаки взаимного расположения прямых.<br>Параллельное проектирование. Ортогональное проектирование. Площадь ортогональной проекции.<br>Взаимное расположение прямых и плоскостей.<br>Геометрические преобразования пространства: параллельный перенос | 20 | ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 08, ОК 09<br>Регулятивные<br>Познавательные<br>Коммуникативные |
| **Тема 6. Элементы комбинаторики** | **Содержание** | **8** | |
| | Основные понятия комбинаторики. Решение задач на подсчёт числа размещений, перестановок, сочетаний. Решение задач на перебор вариантов | 4 | ОК 01 - ОК 11<br>Регулятивные<br>Познавательные<br>Коммуникативные |
| | Формула Бинома Ньютона. Свойства биноминальных коэффициентов. Треугольник Паскаля | | |
| | **Практические занятия:**<br>*Практическое занятие № 18.* Решение комбинаторных задач | 4 | ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 06<br>Регулятивные<br>Познавательные<br>Коммуникативные |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Тема 7. Координаты и векторы** | **Содержание** | **14** | |
| | Прямоугольная (декартова) система координат в пространстве. Расстояние между точками. Координаты середины отрезка. Уравнения сферы, плоскости и прямой. | 6 | ОК 01 - ОК 11<br>Регулятивные<br>Познавательные<br>Коммуникативные |
| | Вектор. Координаты вектора. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Разложение вектора по направлениям. Проекция вектора на ось. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов | | |
| | Использование координат и векторов при решении математических и прикладных задач | | |
| | **Практические занятия:**<br>*Практическое занятие №19-21.* Применение координат и векторов при решении задач.<br>Действия с векторами.<br>Уравнение окружности, сферы. Уравнение плоскости. Расстояние между точками | 8 | ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 08, ОК 09<br>Регулятивные<br>Познавательные<br>Коммуникативные |
| **Тема 8. Основы тригонометрии** | **Содержание** | **16** | |
| | Радианная мера угла. Вращательное движение. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Тригонометрические функции суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла | 8 | ОК 01 - ОК 11<br>Регулятивные<br>Познавательные<br>Коммуникативные |
| | Формулы половинного аргумента. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение. Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента | | |
| | Преобразование простейших тригонометрических выражений | | |
| | Аркфункции | | |
| | Решение тригонометрических уравнений | | |
| | Решение тригонометрических неравенств | | |
| | **Практические занятия:**<br>*Практическое занятие № 22-24.* Единицы измерения углов.<br>Преобразование тригонометрических выражений.<br>Решение тригонометрических уравнений. Решение тригонометрических неравенств | 8 | ОК 01 - ОК 11<br>Регулятивные<br>Познавательные<br>Коммуникативные |
| **Тема 9. Начала математического анализа** | **Содержание** | **44** | |
| | Последовательности. Способы задания и свойства числовых последовательностей. Понятие о пределе последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Суммирование последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма | 16 | ОК 01 - ОК 11<br>Регулятивные<br>Познавательные<br>Коммуникативные |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | Производная. Понятие о производной функции, её геометрический и физический смысл. Уравнение касательной к графику функции. Производные основных элементарных функций. Производные суммы, разности, произведения, частного | | |
| | Применение производной к исследованию функций и построению графиков | | |
| | Производные обратной функции и композиции функции | | |
| | Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах | | |
| | Вторая производная, ее геометрический и физический смысл | | |
| | Применение второй производной к исследованию функций и построению графиков | | |
| | Нахождение скорости для процесса, заданного формулой. Нахождение скорости для процесса, заданного графиком | | |
| | **Практические занятия:**<br>*Практическое занятие №25-27.* Нахождение производных.<br>Применение производной к исследованию функций.<br>Применение производной в решении физических задач | 12 | ОК 01 - ОК 11<br>Регулятивные<br>Познавательные<br>Коммуникативные |
| | Первообразная. Свойство первообразной | 8 | ОК 01 - ОК 11<br>Регулятивные<br>Познавательные<br>Коммуникативные |
| | Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Способы нахождения неопределённых интегралов | | |
| | Определенный интеграл. Формула Ньютона—Лейбница. Свойства определенного интеграла. Способы вычисления определённых интегралов | | |
| | Применение определенного интеграла для нахождения площади криволинейной трапеции. Примеры применения интеграла в физике и геометрии | | |
| | **Практические занятия:**<br>*Практическое занятие № 28-29.* Вычисление площадей с помощью определённого интеграла.<br>Решение физических задач с помощью определённого интеграла | 8 | ОК 01 - ОК 11<br>Регулятивные<br>Познавательные<br>Коммуникативные |
| **Тема 10. Многогранники. Тела и поверхности вращения** | **Содержание** | **30** | |
| | Многогранник: вершины, рёбра, грани. Многогранный угол. Выпуклый многогранник. Теорема Эйлера. Призма. Прямая и наклонная призмы. Правильная призма. Параллелепипед, куб. Пирамида. Правильная пирамида. Тетраэдр. Усечённая пирамида | 16 | ОК 01 - ОК 11<br>Регулятивные<br>Познавательные<br>Коммуникативные |
| | Симметрия в кубе, параллелепипеде, призме, пирамиде. Сечения куба, призмы, пирамиды | | |
| | Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр, икосаэдр) | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | Объём и его измерение. Интегральная формула объёма. Площадь поверхности геометрического тела. Формулы объёма куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы, пирамиды. Площадь поверхности многогранника. Площадь поверхности куба, параллелепипеда, призмы, пирамиды | | |
| | Подобие тел. Отношение площадей поверхностей и объёмов подобных тел | | |
| | Цилиндр: основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка. Конус: основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка. Усечённый конус. Осевые сечения и сечения, параллельные основанию цилиндра и конуса | | |
| | Шар и сфера. Сечения. Касательная плоскость к сфере | | |
| | Формула объёма цилиндра, конуса, шара. Площадь поверхности цилиндра, конуса, сферы | | |
| | **Практические занятия:**<br>*Практическое занятие № 30-33.* Решение практических задач с использованием многогранников.<br>Решение практических задач с использованием круглых тел.<br>Вычисление площадей и объёмов.<br>Различные виды многогранников. Их изображения | 14 | ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 08, ОК 09<br>Регулятивные<br>Познавательные<br>Коммуникативные |
| **Тема 11. Элементы теории вероятностей. Элементы математической статистики** | **Содержание** | **14** | |
| | Событие. Вероятность события, сложение и умножение вероятностей. Независимые события | 6 | ОК 01 - ОК 11<br>Регулятивные<br>Познавательные<br>Коммуникативные |
| | Дискретная случайная величина, закон её распределения, её числовые характеристики. Понятие о законе больших чисел | | |
| | Представление данных в виде таблиц, графиков, диаграмм. Генеральная совокупность, выборка, медиана | | |
| | Решение практических задач с применением вероятностных методов | | |
| | **Практические занятия:**<br>*Практическое занятие № 34.* Решение статистических и вероятностных задач | 8 | ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 06<br>Регулятивные<br>Познавательные<br>Коммуникативные |
| **Консультация** | | **6** | |
| **Промежуточная аттестация - экзамен** | | **6** | |
| | **Всего:** | **251** | |

## 3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

**3.1. Для реализации программы учебной дисциплины предусмотрены следующие специальные помещения:**

| Наименование кабинета | Оснащение кабинета |
|---|---|
| Кабинет № 206 «Математика. Математические дисциплины. Общеобразовательные дисциплины» | Комплект учебной мебели (столы, стулья, доска); компьютер в сборе (системный блок (Intel Celeron 1,8 GHz, 1 Gb), монитор Philips 193 ЖК, клавиатура, мышь) - 1 шт., локальная компьютерная сеть, графопроектор «Vega n 13110», экран демонстрационный на штативе – 1 шт; Микрокалькулятор 15шт; Стенды; Набор моделей по стереометрии, комплект плакатов |

**3.2. Информационное обеспечение реализации программы**

| Наименование издания | Автор | Вид издания (учебник, учебное пособие, методические указания, практикум и т.п., ссылка на информационный ресурс) | Реквизиты издания/доступ к информационному ресурсу |
|---|---|---|---|
| Основная литература | | | |
| Математика | Башмаков М. И. | Учебник | М.: КНОРУС, 2017 -394с. https://www.book.ru/book/919637/view2/2 |
| Дополнительная литература | | | |
| Математика | Дорофеева В. А. | Учебник для СПО | М.: Издательство Юрайт, 2017 -400 с . https://biblio-online.ru/viewer/B646843F-0131-41C8-AEB6-B4C37ED1E97F#page/10 |
| Математика | Богомолов Н. В. | Электронный курс | М.: КНОРУС, 2017 – 394 с. https://biblio-online.ru/viewer/D4B1DE57-5DCA-464F-9D73-2B57AACBD299#page/2 |
| Математика | Богомолов Н. В., Самойленко П. И. | Учебник для СПО | М.: Издательство Юрайт, 2018 -396 с. |
| Интернет-ресурсы | | | |
| http://window.edu.ru/(Единое окно доступа к образовательным ресурсам Российской Федерации).<br>http://studentam.net/ (Электронная библиотека учебников)<br>http://www.etudes.ru/ (Математические этюды) | | | |

## 4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

| Результаты обучения | Критерии оценки | Методы оценки |
|---|---|---|
| **• личностные:**<br>— сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;<br>— понимание значимости математики для научно-технического прогресса, сформированность отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей;<br>— развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;<br>— овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественно-научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;<br>— готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;<br>— готовность и способность к самостоятельной творческой и ответственной деятельности; | — демонстрирует сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;<br>— понимает значимость математики для научно-технического прогресса, сформировано отношение к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей;<br>— владеет развитым логическим мышлением, пространственным воображением, алгоритмической культурой, критичностью мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;<br>— владеет математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественно-научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;<br>— готов и способен к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательно относится к непрерывному образованию как условию успешной | **Текущий контроль:**<br>- практическая работа;<br>- наблюдение и оценка выполнения практических действий;<br>- решение прикладных задач и упражнений;<br>- расчетные задания;<br>- устный опрос;<br>- письменная проверка;<br>- тестовые задания;<br>- индивидуальный проект и его защита.<br><br>**Промежуточный контроль:**<br>Дифференцированный зачет.<br>Экзамен. |

| | | |
|---|---|---|
| — готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;<br>— отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;<br>• **метапредметные:**<br>— умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;<br>— умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;<br>— владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;<br>— готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, | профессиональной и общественной деятельности;<br>— уверенно демонстрирует готовность и способность к самостоятельной творческой и ответственной деятельности;<br><br>— демонстрирует готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;<br><br>— демонстрирует отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;<br>— умеет самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;<br>— умеет продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;<br>— владеет навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способностью и готовностью к самостоятельному поиску | |

| | | |
|---|---|---|
| получаемую из различных источников;<br>— владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;<br>— владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;<br>— целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;<br>• **предметные:**<br>— сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;<br>— сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;<br>— владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;<br>— владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и | методов решения практических задач, применению различных методов познания;<br>— готов и способен к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;<br>— владеет языковыми средствами: умением ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;<br>— владеет навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;<br>— демонстрирует целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;<br>— демонстрирует сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;<br>— демонстрирует сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание | |

| | | |
|---|---|---|
| неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;<br>— сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;<br>— владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;<br>— сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;<br>— владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач | возможности аксиоматического построения математических теорий;<br>— демонстрирует владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;<br>— демонстрирует владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;<br>— демонстрирует сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;<br>— демонстрирует владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;<br>— демонстрирует сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, | |

| | | |
|---|---|---|
| | статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;<br>— демонстрирует владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач. | |

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО МОРСКОГО И РЕЧНОГО ТРАНСПОРТА
ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»
Котласский филиал
Федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«Государственный университет морского и речного флота
имени адмирала С.О. Макарова»
(Котласский филиал ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»)

# ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
# ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
# ПД.01. МАТЕМАТИКА

**(общеобразовательный цикл специальностей технического профиля)**

Котлас
2020

**ОДОБРЕНА**
на заседании ЦК
математических и естественно-
- научных дисциплин
Протокол
от «12» марта 2020 г.
№ 7

Председатель
________________Н.И. Субботина

**УТВЕРЖДАЮ**
Зам. директора по УМР
_____________Н.Е. Гладышева
«31» марта 2020г.

**Разработчик:** Каданцева Ольга Михайловна — преподаватель КРУ Котласского филиала ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»

Фонд оценочных средств разработан на основе требований ФГОС СПО среднего общего образования, рабочей программой учебной дисциплины

## СОДЕРЖАНИЕ

## I. Паспорт фонда оценочных средств

**Фонд оценочных средств (далее - ФОС)** предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших рабочую программу общеобразовательной учебной дисциплины «Математика». ФОС включает компетентностно-оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

### 1.1. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

| Результаты обучения |
|---|
| ***личностные:***<br>- сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;<br>- понимание значимости математики для научно-технического прогресса, сформированность отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей;<br>- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;<br>- овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественно-научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;<br>- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;<br>- готовность и способность к самостоятельной творческой и ответственной деятельности;<br>- готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;<br>- отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем |
| ***метапредметные:***<br>- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;<br>- умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;<br>- владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;<br>- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;<br>- владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку |

| |
|---|
| зрения, использовать адекватные языковые средства;<br>- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;<br>- целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира |
| предметные:<br>- сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;<br>- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;<br>- владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;<br>- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;<br>- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;<br>- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;<br>- сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;<br>- владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач |

Достижение обучающимися выше перечисленных результатов способствует формированию общих компетенций (ОК 01- ОК 11), определенных ФГОС СПО:

| | |
|---|---|
| ОК 01. | Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам |
| ОК 02. | Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности |
| ОК 03. | Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие |
| ОК 04. | Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами |
| ОК 05. | Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста |
| ОК 06. | Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей |
| ОК 07. | Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях |
| ОК 08. | Использовать средства физической культуры для сохранения и укрепления |

| | |
|---|---|
| | здоровья в процессе профессиональной деятельности и поддержания необходимого уровня физической подготовленности |
| ОК 09. | Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности |
| ОК 10. | Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языке |
| ОК 11. | Планировать предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере |

## II. Содержательно-компетентностная матрица оценочных средств. Кодификатор оценочных средств

| Функциональный признак оценочного средства (тип контрольного задания) | Метод/форма контроля |
|---|---|
| Задания для самостоятельной работы | Письменная проверка, дифференцированный зачет, экзамен |
| Практические задания | Практические занятия |
| Проект | Индивидуальное проектное задание |

## III. Система оценки образовательных достижений обучающихся

Оценка индивидуальных образовательных достижений по результатам текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица).

| Процент результативности (правильных ответов) | Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений | |
|---|---|---|
| | балл (отметка) | вербальный аналог |
| **90 - 100** | **5** | отлично |
| **80 - 89** | **4** | хорошо |
| **70 - 79** | **3** | удовлетворительно |
| **менее 70** | **2** | неудовлетворительно |

**Критерии оценки выполненного практического задания (письменный контроль)**

**См. п 4.1.1.**

**Критерии оценки защиты индивидуального проектного задания**

| № п/п | Показатели | Критерии оценки |
|---|---|---|
| 1 | Качество доклада | 1- доклад зачитывается<br>2- доклад пересказывается, не объяснена суть работы<br>3- доклад рассказывается, суть работы объяснена<br>4 - кроме хорошего доклада владение иллюстрационного материала<br>5- доклад производит очень хорошее отношение |
| 2 | Качество ответов на вопросы | 1- нет четкости ответов на большенство вопросов<br>2- ответы на большенство вопросов<br>3- ответы на все вопросы даны убедительно, аргументировано |

| | | |
|---|---|---|
| 3 | Использование демонстрационного материала | 1- представленный демонстрационный материал не используется в докладе<br>2- представленный демонстрационный материал используется в докладе<br>3- представленный демонстрационный материал используется в докладе, информативен, автор свободно в нем ориентируется |
| 4 | Оформление демонстрационного материала | 1- представлен плохо оформленный демонстрационный материал<br>2- демонстрационный материал хорошо оформлен, но есть отдельные недочеты<br>3- к демонстрационному материалу не претензий |

Защита оценивается на «отлично» - 27-32 балла
Защита оценивается на «хорошо» - 21-26 балла
Защита оценивается на «удовлетворительно» - 17-20 балла
Защита оценивается на «неудовлетворительно» – 16 и менее баллов

**<u>Критерии оценки в ходе дифференцированного зачета</u>**

Ответ оценивается на **«отлично»,** если обучающийся исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно излагает материал по вопросам, не затрудняется с ответом при видоизменении задания, свободно справляется с решением практических задач и способен обосновать принятые решения, не допускает ошибок.

Ответ оценивается на **«хорошо»,** если обучающийся твердо знает программный материал, грамотно и по существу его излагает, не допускает существенных неточностей при ответах, умеет грамотно применять теоретические знания на практике, а также владеет необходимыми навыками решения практических задач.

Ответ оценивается на **«удовлетворительно»,** если обучающийся освоил только основной материал, однако не знает отдельных деталей, допускает неточности и некорректные формулировки, нарушает последовательность в изложении материала и испытывает затруднения при выполнении практических заданий.

Ответ оценивается на **«неудовлетворительно»,** если обучающийся не раскрыл основное содержание материала, допускает существенные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические задания.

**<u>Критерии оценки в ходе экзамена</u>**

В основе оценки при сдаче экзамена лежит пятибалльная система (5 (отлично), 4 (хорошо), 3 (удовлетворительно), 2 (неудовлетворительно)).

**Отметка «5»** ставится, если: работа выполнена верно и полностью; в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

**Отметка «4»** ставится, если: работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки); допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки); выполнено без недочетов не менее 3/4 заданий.

**Отметка «3»** ставится, если: допущены более одной ошибки или более трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но обучающийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме; без недочетов выполнено не менее половины работы.

**Отметка «2»** ставится, если: допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере; правильно выполнено менее половины работы; работа показала полное отсутствие у обучающегося обязательных знаний и умений по проверяемой теме или значительная часть работы выполнена не самостоятельно.

## IV. Банк компетентностно-оценочных материалов для оценки усвоения учебной дисциплины по очной форме обучения

### 4.1 ЗАДАНИЯ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

#### 4.1.1 ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЕ

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №1** по теме 1 (Аудиторная самостоятельная работа).
**Название:** Рациональные способы математических вычислений.

**Цель практического занятия:**

– Обобщение теоретического и практического материала по применению различных приемов устного счета при выполнении вычислений и решении задач.
– Развитие логического мышления, навыков самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.
– Формирование компетенций ОК 1-10.

Требования к предметным результатам освоения учебной дисциплины в соответствии с ФГОС СОО должны отражать:

– владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.

**Время выполнения:** 4 академических часа.

**Оборудование:**

1. Таблицы устного счёта.
2. Приборы (линейка).
3. Ручка, карандаш.
4. Рабочая тетрадь, тетрадь для практических работ.

**Содержание работы, алгоритм выполнения:**

<u>Теория</u>

Приемов устного счета очень много, но все эти приемы можно объединить в две группы: общие приемы устного счета и специальные приемы устного счета.

**Общие приемы устного счета** могут быть применены к любым числам. Они вытекают из десятичного состава числа и основаны на применении законов и свойств арифметических действий. Вспомним эти законы:

- переместительный закон: а + в = в + а; а • в = в • а;
- сочетательный закон: а + ( в + с ) = ( а + в ) + с; а • ( в • с ) = ( а • в ) • с ;
- распределительный закон: а • ( в + с ) = а • в + а • с.

Примеры:
1) 28+47+32+13 = 28+32+47+13 (переместительный закон) = (28+32)+(47+13) (сочетательный закон) = 60+60 = 120
2) 128*4 = (100+20+8)*4 (разложим первый множитель на разряды – на сотни, десятки и единицы) = 100*4+20*4+8*4 (распределительный закон) = 400+80+32 = 480+32 = 480+20+12 = 500+12 = 512

**Специальные приемы устного счета:**

**1) Прием округления** - очень эффективный и часто употребляемый прием устного счета. Этот прием можно использовать во всех четырех арифметических действиях.

**a) Прием округления в сложении:**

Округление одного из слагаемых можно сделать за счет другого слагаемого. Если одно из слагаемых увеличить на несколько единиц, а другое слагаемое уменьшить на столько же единиц, то величина суммы не изменится.

Пример:

399 + 473 = 399 + 1 + 473 – 1 = 400 + 472 = 872

Можно округление применить к нескольким слагаемым сразу, и притом не за счет какого-либо из слагаемых:

Пример:

597 + 196 + 299 = 600 + 200 + 300 – (3 + 4 + 1) = 1100 – 8 = 1092

**b) Прием округления в вычитании:**

Если уменьшаемое и вычитаемое одновременно увеличить (или уменьшить) на одно и то же число единиц, остаток, или разность, останется без изменений.

Примеры:

1) 498 – 298 = (498 + 2) – (298 + 2) = 500 – 300 = 200

2) 577 – 372 = 577 – (372 + 5) –5 = 577 – 377 + 5 = 200 + 5 = 205

**c) Прием округления в умножении и делении:**

Примеры:

35 * 18 = 35 * (20 – 2) = 35 * 20 – 35 * 2 = 700 – 70 = 630

32 * 21 = 32 * (20 + 1) = (32 * 20) + (32 * 1) = 640 + 32 = 672

596 : 4 = (600 – 4) : 4 = 600 : 4 – 4 : 4 = 150 – 1 = 149

**2) Прием умножения и деления на 5, 50, 500**

Умножение на 5 (50, 500) выполняется путем умножения числа на 10 (100, 1000) и деления произведения на 2:

Примеры:

24 * 5 = 24 * 10 : 2 = 240 : 2 =120

826 * 50 = 826 * 100 : 2 = 413 * 100 = 41300

Деление на 5 (50, 500) выполняется путем деления числа на 10 (100, 1000) и умножения частного на 2:

Примеры:

5740 : 5 = 5740 : 10 * 2 = 574 * 2 = 1148

83,5 : 500 = 83,5 : 1000 * 2 = 0,1670

**3) Извлечение арифметических корней из чисел**

Чтобы извлечь корень n-й степени из произведения нескольких чисел, надо извлечь корень n-й степени из каждого сомножителя отдельно и полученные числа перемножить.

Пример:

$\sqrt{291600}$ = ?

Раскладываем число на простые множители:

| | |
|---|---|
| 291600 | 5 |
| 58320 | 5 |
| 11664 | 2 |
| 5832 | 2 |
| 2916 | 2 |
| 1458 | 2 |
| 729 | 3 |
| 243 | 3 |
| 81 | 3 |
| 27 | 3 |
| 9 | 3 |
| 3 | 3 |

1

Получаем:

$\sqrt{291600} = \sqrt{5^2 * 2^4 * 3^6} = 5 * 2^2 * 3^3 = 5 * 4 * 27 = 20 * 27 = 540$

**4) Использование формул сокращенного умножения**

Известные из алгебры формулы сокращенного умножения: квадрат суммы и разности двух чисел, произведение суммы двух чисел на их разность, в ряде случаев могут быть использованы для устных вычислений:

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $a^2 - b^2 = (a-b) * (a+b)$

Примеры:

1) 722 = (70 + 2)2 = 4900 + 280 + 4 = 5184

2) 592 = (60 – 1)2 = 3600 – 120 + 1 = 3481

3) 47 * 53 = (50 – 3) * (50 + 3) = 2500 – 9 = 2491

**Действия с обыкновенными дробями**

**1) Сложение и вычитание дробей.**

Если знаменатели дробей одинаковы, то для того, чтобы сложить дроби, надо сложить их числители, а для того, чтобы вычесть дроби, надо вычесть их числители (в том же порядке). Полученная сумма или разность будет числителем результата; знаменатель останется тем же. Если знаменатели дробей различны, необходимо сначала привести дроби к общему знаменателю. При сложении смешанных чисел их целые и дробные части складываются отдельно. При вычитании смешанных чисел мы рекомендуем сначала преобразовать их к виду неправильных дробей, затем вычесть из одной другую,

а после этого вновь привести результат, если требуется, к виду смешанного числа.

Пример:

**2) Умножение дробей.**

Умножить некоторое число на дробь означает умножить его на числитель и разделить произведение на знаменатель. Для перемножения дробей необходимо перемножить отдельно их числители и знаменатели и разделить первое произведение на второе.

Пример:

**3) Деление дробей.**

Для того чтобы разделить некоторое число на дробь, необходимо умножить это число на обратную дробь.

Пример:

**Нахождение части от числа и числа по его части**

1) Чтобы найти часть (дробь, процент) от числа, надо число умножить на эту часть (дробь, процент).

Примеры:

1)

2) $12\%\ от\ 25 = \frac{12}{100} * 25 = \frac{12 * 25}{100} = 3$

2) Чтобы найти число по его части (дроби, проценту), надо число разделить на эту часть (дробь, процент).

Примеры:

1) от числа составляют 24.Найдите это число.

2) 35% от числа составляют 7.Найдите это число.

$7 : \frac{35}{100} = 7 * \frac{100}{35} = 20$

<u>Задание к практической работе</u>

1. Вычислите:

a) 367+189+233

b) 326*50

c) 94:5

d) $\sqrt[3]{5832}$

e) $\left(\frac{7}{15} + 3\frac{3}{5}\right) \cdot \frac{3}{35}$

2. Вычислите, используя формулы сокращенного умножения:

a) $71^2$

b) 87*93

3. 0,7 кг печенья стоит 142,8 рублей. Сколько стоит 3 кг такого печенья?

4. Курсант прочитал сначала 30% книги, а затем еще 70% остатка. После этого осталось прочитать еще 84 страницы. Сколько страниц в книге?

**Требования к отчёту по практической работе:**

Выполненное домашнее задание представляется преподавателю в рабочей тетради, индивидуальная работа выполняется на отдельном двойном листе в клетку, самостоятельная работа выполняется в тетради для практических работ.

**Критерии оценивания:**

«2» - 0-4 задания

«3» - 5-6 заданий

«4» - 7-8 заданий

«5» - 9 заданий

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 2** по теме 2 (Аудиторная самостоятельная работа).

**Название:** Действия со степенями. Действия с корнями.

**Цель практического занятия:**

– Закрепление теоретического и практического материала по выполнению действий со степенями и корнями.

– Развитие логического мышления, навыков самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.
– Формирование компетенций ОК 1-10.

Требования к предметным результатам освоения учебной дисциплины в соответствии с ФГОС СОО должны отражать:

– владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.

**Время выполнения:** 8 академических часов.

**Оборудование:**

5. Ручка, карандаш.
6. Рабочая тетрадь, тетрадь для практических работ.

**Содержание работы, алгоритм выполнения:**

Теория

**Свойства степени с натуральным показателем**

1. При умножении степеней с одинаковыми основаниями показатели складываются, а основание остаётся прежним:

$a^m * a^n = a^{m+n}$

Пример:
$\mathbf{a^2 * a^3 = a^{2+3} = a^5}$

2. При делении степеней с одинаковыми основаниями показатели степеней вычитаются, а основание остаётся прежним:

$a^m : a^n = a^{m-n}$

Пример:

3. При возведении степени в степень показатели степеней перемножаются, а основание остаётся прежним:

$\mathbf{((a)^m)^n = a^{m*n}}$

Пример:
$\mathbf{((a)^4)^3 = a^{4*3} = a^{12}}$

4. Степень произведения равна произведению степеней множителей:

$(abc)^n = a^n b^n c^n$

Пример:
$\mathbf{(ab)^3 = a^3} b^3$

5. Степень частного равна частному степеней делимого и делителя:

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Пример:

$\left(\frac{a}{b}\right)^3 = \frac{a^3}{b^3}$

**Степень с целым и дробным показателем**

Имеют место следующие тождества:

1. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
2. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$
3. $\sqrt{a^2} = |a|$

Пример:

$$\left(2\frac{10}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} : \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{64}{27}\right)^{\frac{2}{3}}} : \frac{1}{\left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{1}{\left(\frac{4}{3}\right)^{3*\frac{2}{3}}} : \frac{1}{\left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{1}{\left(\frac{4}{3}\right)^2} : \frac{1}{\left(\frac{3}{4}\right)^2} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 : \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 * \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{81}{256}$$

**Преобразования арифметических корней**

1. Правило извлечения корня из произведения: $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} * \sqrt[n]{b}$ , если $a \geq 0, b \geq 0$
2. Правило извлечения корня из дроби: $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$, если $a \geq 0, b > 0$
3. Правило извлечения корня из корня: $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$ , если $a \geq 0, (n, k) \in N, n > 1, k > 1$
4. Правило возведения корня в степень: $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$ , если $a \geq 0$
5. Показатель корня и показатель подкоренного выражения можно умножить на одно и то же число: $\sqrt[k]{a^m} = \sqrt[nk]{a^{nm}}$ , если $a \geq 0$ , $m \in N, n \in N$

Все указанные выше формулы часто применяются в обратном порядке (т. е. справа налево).

**Применение формул сокращённого умножения к действиям с арифметическими корнями:**

$(\sqrt{a} - \sqrt{b}) * (\sqrt{a} + \sqrt{b}) = a - b$

Пример: избавиться от иррациональности в знаменателе

Задание к практической работе

1. Упростите выражение:

a)

b) $c^{\frac{1}{3}} * n^{\frac{2}{5}} * a^{\frac{5}{4}} * c^{-\frac{2}{3}} : \left(n^{-\frac{7}{5}} * a^{\frac{1}{4}}\right)$

2. Вычислите:

a) $81^{-\frac{1}{2}} * \left(\frac{2}{9}\right)^{-2} + 4^{-1} * (-4)^{-2}$

b) $\left(\frac{2}{7}\right)^{-2} * \left[\left(\frac{2}{7}\right)\right]^{2} + \left(\left(\left[\left(\frac{3}{4}\right)\right]^{6}\right)\right)^{-\frac{1}{3}} * 3{,}2^{0}$

c) $\sqrt[3]{4} * \sqrt[3]{64}$

d) $\left(\sqrt{13+\sqrt{88}} + \sqrt{13-\sqrt{88}}\right)^{2}$

3. Вынесите множитель из-под корня:

a) $\sqrt{36c^{12}n^{7}s^{6}}$

b) $\sqrt[3]{54m^{5}z^{9}}$

4. Освободитесь от иррациональности в знаменателе:

a)

b) $\frac{10}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$

**Требования к отчёту по практической работе:**

Выполненное домашнее задание представляется преподавателю в рабочей тетради, индивидуальная работа выполняется на отдельном двойном листе в клетку, самостоятельная работа выполняется в тетради для практических работ.

**Критерии оценивания:**

«2» - 0-4 задания

«3» - 5-6 заданий

«4» - 7-8 заданий

«5» - 9-10 заданий

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №3** по теме 2 (Аудиторная самостоятельная работа).
**Название:** Действия с логарифмами.

**Цель практического занятия:**

– Закрепление теоретического и практического материала по выполнению действий с логарифмами.

– Развитие логического мышления, навыков самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.

– Формирование компетенций ОК 1-10.

Требования к предметным результатам освоения учебной дисциплины в соответствии с ФГОС СОО должны отражать:

– владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.

**Время выполнения:** 8 академических часа.

**Оборудование:**

7. Таблицы десятичных и натуральных логарифмов.
8. Ручка, карандаш.
9. Рабочая тетрадь, тетрадь для практических работ.

**Содержание работы, алгоритм выполнения:**

<u>Теория</u>

Логарифмом числа называется показатель степени, в которую надо возвести основание, чтобы получить данное число: $\log_a b = c$, $a > 0$ .

Согласно определению имеем $a^c = b$ , и тогда $a^{\log_a b} = b$ – основное логарифмическое тождество.

Примеры:

$5 \quad 2 = 2$

1)

2) $0{,}2^{\log_{0,2} 3} = 3$

Логарифмы обладают свойствами:

1) Логарифмы отрицательных чисел не существуют (положительное число в любой степени есть число положительное).

2) Логарифм единицы при любом основании равен нулю, $\log_a 1 = 0$, т.к. $a^0 = 1$ .

3) Логарифм самого основания равен 1, то есть $\log_a a = 1$, т.к. .

4) Логарифм произведения при любом основании равен сумме логарифмов сомножителей при этом же основании, то есть $\log_a(b * c) = \log_a b + \log_a c$

5) Логарифм дроби при любом основании равен разности логарифма числителя и логарифма знаменателя при этом же основании, то есть $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$

6) Логарифм степени при любом основании равен произведению показателя степени на логарифм основания степени, то есть $\log_a b^c = c * \log_a b$

Пример:

$\log_4 36 + \log_2 10 - 2\log_2 \sqrt{15} + 4^{\frac{1}{2}\log_2 5} = \log_{2^2} 6^2 + \log_2 10 - \log_2 \sqrt{15}^2 + 2^{\log_2 5} = \log_2 6 + \log_2 10 - \log_2 15 + 5$

Логарифм числа с основанием 10 называется десятичным и имеет особую запись:

Логарифм числа с основанием езназывается натуральным и имеет также особую запись: $\log_e b = \ln b$, где $e \approx 2{,}718$ - число Непера.
Что делать, если надо вычислить логарифм числа при любом основании? Надо перейти к основанию 10 или е.

Значения натуральных и десятичных логарифмов можно найти в таблицах Брадиса или в математической части Мореходных таблиц.

Таблица натуральных логарифмов

| Единицы / Десятки | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | - | 0 | 0,6931 | 1,0986 | 1,3863 | 1,6094 | 1,7918 | 1,9459 | 2,0794 | 2,1972 |
| 1 | 2,3026 | 2,3979 | 2,4849 | 2,5649 | 2,6391 | 2,7081 | 2,7726 | 2,8332 | 2,8904 | 2,9444 |
| 2 | 2,9957 | 3,0445 | 3,091 | 3,1355 | 3,1781 | 3,2189 | 3,2581 | 3,2958 | 3,3322 | 3,3673 |
| 3 | 3,4012 | 3,434 | 3,4657 | 3,4965 | 3,5264 | 3,5553 | 3,5835 | 3,6109 | 3,6376 | 3,6636 |
| 4 | 3,6889 | 3,7136 | 3,7377 | 3,7612 | 3,7842 | 3,8067 | 3,8286 | 3,8501 | 3,8712 | 3,8918 |
| 5 | 3,912 | 3,9318 | 3,9512 | 3,9703 | 3,989 | 4,0073 | 4,0254 | 4,0431 | 4,0604 | 4,0775 |
| 6 | 4,0943 | 4,1109 | 4,1271 | 4,1431 | 4,1589 | 4,1744 | 4,1897 | 4,2047 | 4,2195 | 4,2341 |
| 7 | 4,2485 | 4,2627 | 4,2767 | 4,2905 | 4,3041 | 4,3175 | 4,3307 | 4,3438 | 4,3567 | 4,3694 |
| 8 | 4,382 | 4,3944 | 4,4067 | 4,4188 | 4,4308 | 4,4427 | 4,4543 | 4,4659 | 4,4773 | 4,4886 |
| 9 | 4,4998 | 4,5109 | 4,5218 | 4,5326 | 4,5433 | 4,5539 | 4,5643 | 4,5747 | 4,5850 | 4,5951 |
| 10 | 4,6052 | 4,6151 | 4,625 | 4,6347 | 4,6444 | 4,654 | 4,6634 | 4,6728 | 4,6821 | 4,6913 |

Пример:
$$\log_2 4 = \frac{\ln 4}{\ln 2} \approx \frac{1{,}3863}{0{,}6931} \approx 2{,}0001 = 2$$

Таблица десятичных логарифмов

| N | lg N | N | lg N |
|---|---|---|---|
| 1 | 0,00000 | 6 | 0,77815 |
| 2 | 0,30103 | 7 | 0,84510 |
| 3 | 0,47712 | 8 | 0,90309 |
| 4 | 0,60206 | 9 | 0,95424 |
| 5 | 0,69897 | 10 | 1,00000 |

Пример:
$$\log_2 4 = \frac{\lg 4}{\lg 2} \approx \frac{0{,}60206}{0{,}30103} = 2$$

Формула перехода логарифма к новому основанию: $\log_c b = \dfrac{\log_a b}{\log_a c}$

Следствия из формулы:

1) $\log_c b = \dfrac{1}{\log_b c}$

2) $\log_{c^n} b = \dfrac{1}{n}\log_c b$

<u>Задание к практической работе</u>

1. Вычислите и запишите равенство в виде логарифма:

2. Вычислите и запишите без логарифма: $\log_9 81$; $\log_3 \frac{1}{27}$; $\log_{\sqrt{2\,16}}$ □

$\log^1 81$

3. Вычислите логарифмы: ; ;

4. Вычислитезначение выражения:

 a) $\log_2 128 - \log_{\frac{1}{4}} 16$

 b)

 c)

5. Вычислите с помощью таблиц десятичных или натуральных логарифмов:
 a) $\log_3 8$
 b) $\log_9 18$
 c)

6. Найдите $\log_5 36$, если $\log_5 2 = c$ и $\log_5 3 = b$

**Требования к отчёту по практической работе:**

Выполненное домашнее задание представляется преподавателю в рабочей тетради, индивидуальная работа выполняется на отдельном двойном листе в клетку, самостоятельная работа выполняется в тетради для практических работ.

**Критерии оценивания:**

«2» - 0-8 заданий

«3» - 9-11 заданий

«4» - 12-13 заданий

«5» - 14-16 заданий

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 4** по теме 2 (Аудиторная самостоятельная работа).
**Название:** Преобразование математических выражений.
**Цель практического занятия:**

– Формирование умений выполнять преобразования математических выражений (логарифмирование и потенцирование).
– Развитие логического мышления, навыков самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.
– Формирование компетенций ОК 1-10.

Требования к предметным результатам освоения учебной дисциплины в соответствии с ФГОС СОО должны отражать:

– владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.

**Время выполнения:** 4 академических часа.

**Оборудование:**

10. Ручка, карандаш.
11. Рабочая тетрадь, тетрадь для практических работ.

**Содержание работы, алгоритм выполнения:**

Теория

**Логарифмирование выражений**

Действие нахождения логарифма числа называется действием логарифмирования.
Пример
Пусть дано число в общем виде

$$x=\frac{a^3\cdot b^2\cdot\sqrt[5]{(a+b)^2}}{(a-b)^4\cdot\sqrt{a^2+b^2}}$$

Найдём логарифм числа x, используя свойства логарифмов (логарифм дроби, произведения, степени при любом основании)
Так как можно находить логарифм при любом основании, то договорились основание не писать.

$$\log x=\log\left(a^3\cdot b^2\sqrt[5]{(a+b)^2}\right)-\log\left((a-b)^4\cdot\sqrt{a^2+b^2}\right)=\log a^3+\log b^2+\log\sqrt[5]{(a+b)^2}-\log(a-b)^4-$$

$$-\log\sqrt{a^2+b^2}=3\log a+2\log b+\frac{2}{5}\log(a+b)-4\log(a-b)-\frac{1}{2}\log\left(a^2+b^2\right)$$

**Потенцирование выражений**

Действие нахождения числа по его логарифму называется действием потенцирования.
Как видно: потенцирование – есть обратное действие логарифмированию.
Пример

$$\log x=\frac{2}{5}\log(a+b)-2\log a-\frac{1}{2}\log b$$

Знак минус говорит о том, что число представлено дробью, коэффициенты перед логарифмом – показатели степени.

И тогда $$x=\frac{(a+b)^{\frac{2}{5}}}{a^2\cdot b^{\frac{1}{2}}}=\frac{\sqrt[5]{(a+b)^2}}{a^2\cdot\sqrt{b}}$$

<u>Задание к практической работе</u>

1. Прологарифмируйте выражения:

a) $x=\left(\frac{1}{a}\right)^{-p}$

b) $x=\frac{9a^4}{\sqrt[5]{b}}$

c) $x=\frac{a\cdot(a+b)^2}{\sqrt[3]{a-b}}$

d) $x=\sqrt[3]{\left(\frac{a}{b^2}\right)^2}\cdot\sqrt{a^2+b^2}$

e) $x=\frac{2a^{-5}b^{\frac{2}{3}}\sqrt[3]{(a-b)^2}}{3(a-b)^4}$

2. Потенцируйте выражения:

a) $\lg x=\lg 7-\lg 3+\lg 2$

b) $\log y=\frac{2}{5}\log a+\frac{1}{15}\log(b+c)-\frac{3}{5}\log(a+b)+\frac{2}{5}\log b$

c) $\log z=\frac{2}{3}\log a+\frac{1}{3}\log 4-\frac{1}{3}\log b-\log 5-\frac{1}{2}\log(a-b)-2\log(a+b)$

d) $\log x=-\frac{2}{3}\log a+2\log b+\frac{1}{2}\log\left(a^2-b^2\right)-\log 2-2\log\cos\alpha$

e) $\log x=\log 5-2\log m+\frac{1}{2}\log n+\log\sin 3\lambda-\log 3-2\log\sin\lambda-\frac{1}{2}\log\cos\lambda$

**Требования к отчёту по практической работе:**

Выполненное домашнее задание представляется преподавателю в рабочей тетради, индивидуальная работа выполняется на отдельном двойном листе в клетку, самостоятельная работа выполняется в тетради для практических работ.

**Критерии оценивания:**

«2» - 0-4 задания

«3» - 5-6 заданий

«4» - 7-8 заданий

«5» - 9-10 заданий

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 5** по теме 3 (Аудиторная самостоятельная работа).

**Название:** Применение функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.

**Цель практического занятия:**

– Обобщение теоретического и практического материала по теме «Функции, их свойства и графики», осознание социальной, практической и личностной значимости учебного материала, связанного с использованием функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.

– Развитие логического мышления, навыков самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.

– Формирование компетенций ОК 1-10.

Требования к предметным результатам освоения учебной дисциплины в соответствии с ФГОС СОО должны отражать:

– сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

– владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.

**Время выполнения:** 2 академических часа.

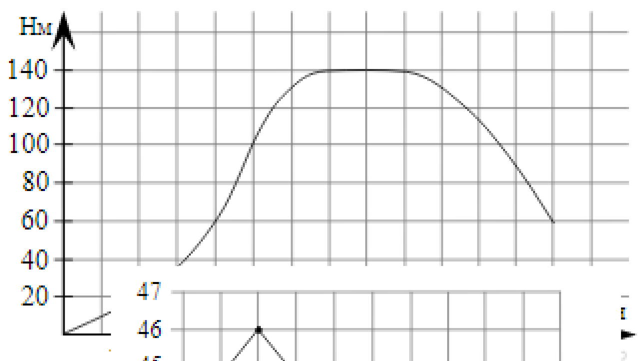
**Оборудование:**

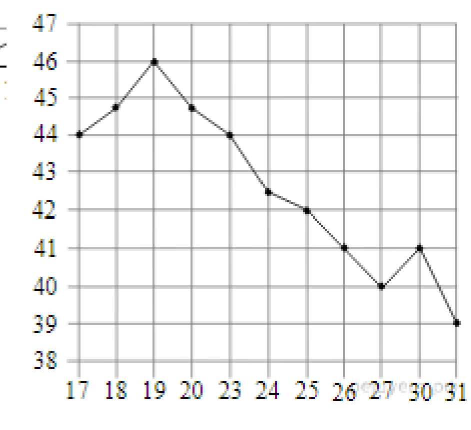
12. Приборы (линейка).
13. Ручка, карандаш.
14. Рабочая тетрадь, тетрадь для практических работ.

**Содержание работы, алгоритм выполнения:**

<u>Теория</u>

<u>Пример 1:</u>На графике изображена зависимость крутящего момента автомобильного двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту. На оси ординат — крутящий момент в $H \cdot м$. Чтобы автомобиль начал движение, крутящий момент должен быть не менее 60 $H \cdot м$. Какое наименьшее число оборотов двигателя в минуту достаточно, чтобы автомобиль начал движение?



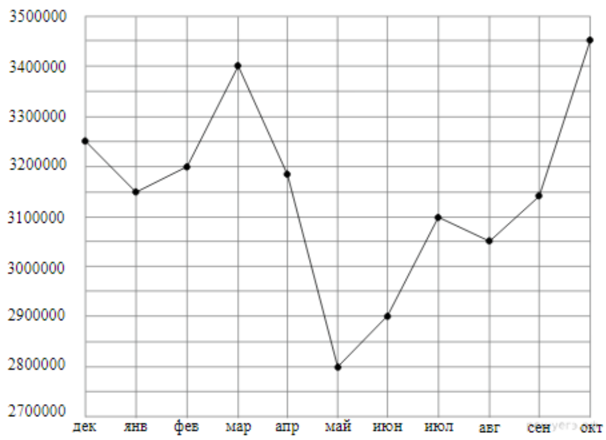

Из графика видно, что крутящий момент 60 $H \cdot м$ достигается при 2000 оборотов двигателя в минуту (см. рисунок).

Ответ: 2000.

Пример 2: На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 17 по 31 августа 2004 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену нефти на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за баррель).

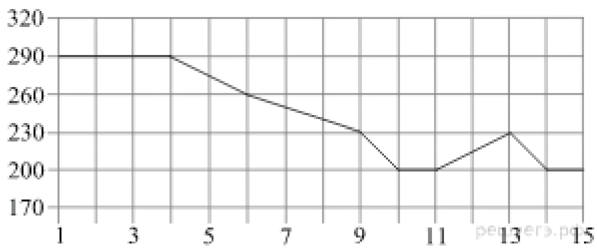
Из графика видно, что наименьшая цена за баррель нефти составляла 39 долларов США (см. рисунок).
Ответ: 39.

Пример 3:На рисунке точками показана аудитория поискового сайта Ya.ru во все месяцы с декабря 2008 по октябрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество посетителей сайта хотя бы раз в данном месяце. Для наглядности точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей аудиторией сайта Ya.ru в указанный период.



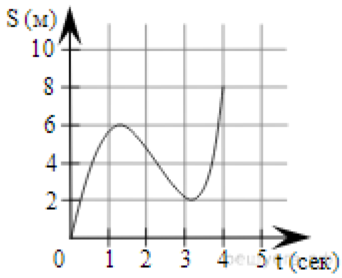

Из рисунка видно, что наибольшая аудитория − 3 450 000 посетителей сайт − была октябре, а наименьшая в мае — 2 800 000 посетителей. Найдем.разность: 3 450 000 − 2 800 000 = 650 000 посетителей
Ответ: 650 000.

Пример 4:На рисунке показано изменение биржевой стоимости акций целлюлозно-бумажного завода в первой половине апреля. 2 апреля бизнесмен приобрёл 250 акций этого завода. 6 апреля он продал 150 акций, а оставшиеся акции продал 11 апреля. Сколько рублей составили убытки бизнесмена в результате этих операций?




В день покупки акции стоили 250 · 290 = 72 500 руб. Стоимость акций, проданных 6 апреля, была равна 150 · 260 = 39 000 руб. Стоимость акций, проданных 11 апреля, равна 100 · 200 = 20 000 руб. Тем самым, бизнесмен потратил 72 500 руб., а выручил 59 000 руб. Следовательно, убытки составили 13 500 руб.
Ответ: 13 500.

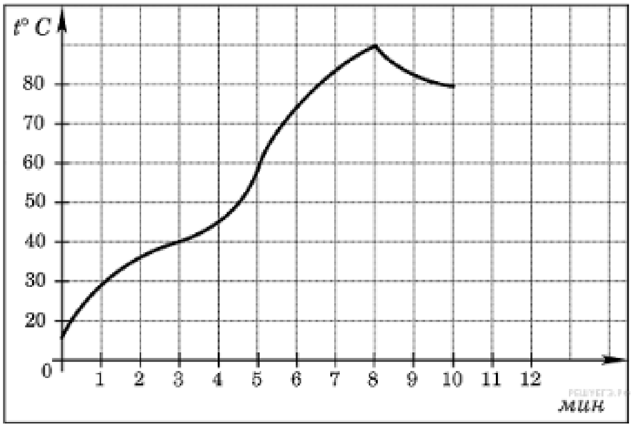
Пример 5:Материальная точка движется от начального до конечного положения. На рисунке изображён график её движения. На оси абсцисс откладывается время в секундах, на оси ординат — расстояние от начального положения точки (в метрах). Найдите среднюю скорость движения точки. Ответ дайте в метрах в секунду.



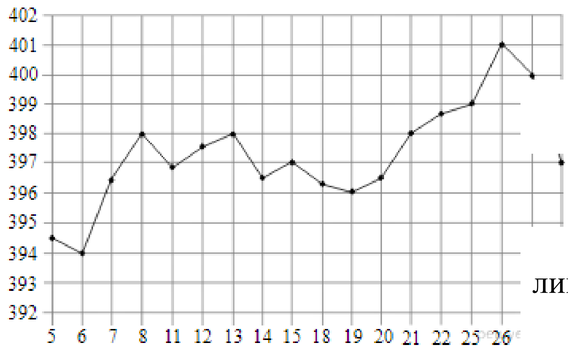

Чтобы найти среднюю скорость, необходимо перемещение разделить на время, за которое это перемещение совершено.Таким образом, средняя скорость: $8:4=2$ м/с.
Ответ: 2.

Задание к практической работе

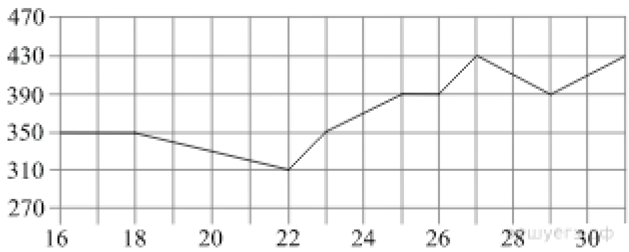
1. На графике показан процесс разогрева двигателя легкового автомобиля при температуре окружающего воздуха 10° С. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. Когда температура достигает определенного значения, включается вентилятор, охлаждающий двигатель, и температура начинает понижаться. Определите по графику, сколько минут прошло от момента запуска двигателя до включения вентилятора?



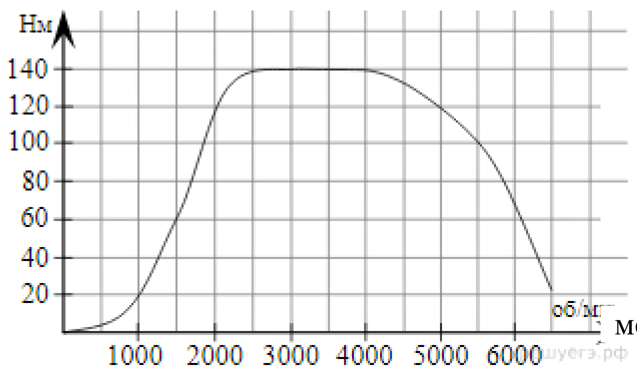

2. На рисунке жирными точками показана цена золота на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 5 по 28 марта 1996 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена унции золота в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена золота на момент закрытия торгов была наименьшей за данный период.



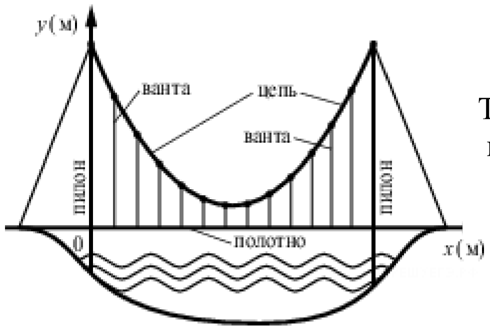

3. На рисунке показано изменение биржевой стоимости акций горно-обогатительного комбината во второй половине октября. 18 октября бизнесмен приобрёл 480 акций этого комбината. Треть своих акций он продал 25 октября, а оставшиеся акции — 27 октября. Сколько рублей составила прибыль бизнесмена в результате этих операций?




4. На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту, на оси ординат — крутящий момент в Н · м. Скорость автомобиля (в км/ч) приближенно выражается формулой $v = 0{,}036n$, где $n$ — число оборотов двигателя в минуту. С какой наименьшей скоростью должен двигаться автомобиль, чтобы крутящий момент был не меньше 120 Н · м? Ответ дайте в километрах в час.



5. На рисунке изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами.Введём систему координат: ось $Oy$направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось $Ox$направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке.В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, имеет уравнение $y = 0{,}005x^2 - 0{,}74x + 25$ где $x$ и $y$измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 30 метрах от пилона. Ответ дайте в метрах.




**Требования к отчёту по практической работе:**

Выполненное домашнее задание представляется преподавателю в рабочей тетради, индивидуальная работа выполняется на отдельном двойном листе в клетку, самостоятельная работа выполняется в тетради для практических работ.

**Критерии оценивания:**

«2» - 0-2 задачи
«3» - 3 задачи
«4» - 4 задачи
«5» - 5 задач

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 6** по теме 3 (Аудиторная самостоятельная работа).
**Название:**Преобразования графиков функций.

**Цель практического занятия:**
– Обобщение теоретического и практического материала по преобразованию графиков различных функций в зависимости от их вида.
– Развитие логического мышления, навыков самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.
– Формирование компетенций ОК 1-10.
Требования к предметным результатам освоения учебной дисциплины в соответствии с ФГОС СОО должны отражать:
– владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.

**Время выполнения:** 2 академических часа.

**Оборудование:**.
15. Приборы (линейка).
16. Ручка, карандаш.
17. Рабочая тетрадь, тетрадь для практических работ.

**Содержание работы, алгоритм выполнения:**

Теория

| **Вид функции** | **Преобразования** |
|---|---|
| ***y=f(x)+a*** | Параллельный перенос графика вдоль оси ординат **(OY)** на **a** единиц |

| | |
|---|---|
| | **вверх** |
| ***y=f(x)—a*** | Параллельный перенос графика вдоль оси ординат **(OY)** на **a** единиц **вниз** |
| ***y=f(x+a)*** | Параллельный перенос графика вдоль оси абсцисс **(OX)** на **a** единиц **влево** |
| ***y=(x—a)*** | Параллельный перенос графика вдоль оси абсцисс **(OX)** на **a** единиц **вправо** |
| ***y = —f(x)*** | Симметричное отражение графика относительно оси абсцисс **(OX)**. |
| ***y = f(-x)*** | Симметричное отражение графика относительно оси ординат **(OY)**. |
| ***y = kf(x)*** | При ***k > 1*** график **отдаляется** от оси абсцисс **(OX)** в **k** раз. Происходит растяжение графика относительно оси ординат**(OY)**. |
| | При ***0 < k < 1*** график **приближается** к оси абсцисс**(OX)** в **k** раз. Происходит сжатие графика относительно оси ординат**(OY)**. |
| ***y = f(kx)*** | При ***k > 1*** график **приближается** к оси ординат **(OY)**в **k** раз. Происходит сжатие графика. |
| | При ***0 < k < 1*** график **отдаляется** от оси ординат **(OY)** в **k** раз. Происходит растяжение графика. |
| ***y = \|f(x)\|*** | Верхняя часть графика (располагается в I и IV координатных четвертях) остаётся без изменений, а нижняя (находящаяся в II и III четверти) исчезает, симметрично отображаясь относительно оси абсцисс **(OX)** |
| ***y = f(\|x\|)*** | Правая часть графика (располагается в I и II координатных четвертях) остаётся без изменений, а левая (находящаяся в III и IV четверти) исчезает, правая часть графика симметрично отображается относительно оси ординат **(OY)** |

Задание к практической работе

1. Постройте график линейной функции, определите, проходит ли график функции через указанную точку А: $y = \frac{1}{2}x - 6$ , А(42 ;26).
2. Постройте график квадратичной функции, укажите множество значений данной функции: $y = (x-3)^2 - 2$
3. Постройте график функции, определите, возрастает или убывает данная функция: $y = -x^3 - 1$
4. Постройте график функции: $y = \sqrt{x+2} - 1$ , укажите наименьшее значение функции.
5. Постройте график по описанию:

Область определения: $[-7;9]$; Множество значений: $[-6;5]$; Точки пересечения с осью Х: (-2;0), (3;0), (7;0); Точка пересечения с осью У (0;-3); Точки максимума: (-5;5) и (5;2); Точка минимума: (1;-4); Дополнительные точки: (-7;3) и (9;-6).

6. Постройте график функции, содержащей знак модуля: $y = \left|1 - \frac{1}{4}x\right|$.
7. Постройте график функции, заданной кусочно, определите, есть ли точка разрыва у данной функции:

$$y = \begin{cases} -x^2, & \text{если} \quad x \ge 1 \\ 3x, & \text{если} \quad x < 1 \end{cases}$$

**Требования к отчёту по практической работе:**

Выполненное домашнее задание представляется преподавателю в рабочей тетради, индивидуальная работа выполняется на отдельном двойном листе в клетку, самостоятельная работа выполняется в тетради для практических работ.

**Критерии оценивания:**

«2» - 0-2 задачи
«3» - 3 - 4 задачи
«4» - 5 - 6 задач
«5» - 7 задач

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №7** по теме 4 (Аудиторная самостоятельная работа).
**Название:**Решение иррациональных и показательных уравнений и неравенств.

**Цель практического занятия:**

– Формирование уменийпри решении иррациональных и показательных уравнений и неравенств.

– Развитие логического мышления, навыков самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.

– Формирование компетенций ОК 1-10.

Требования к предметным результатам освоения учебной дисциплины в соответствии с ФГОС СОО должны отражать:

– владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

– владение основными понятиями при решении иррациональных и показательных уравнений и неравенств.

**Время выполнения:** Закадемических часа.

**Оборудование:**

18. Приборы (линейка).
19. Ручка, карандаш.
20. Рабочая тетрадь, тетрадь для практических работ.

**Содержание работы, алгоритм выполнения:**

Теория

**Свойства степени с натуральным показателем**

6. При умножении степеней с одинаковыми основаниями показатели складываются, а основание остаётся прежним:

$a^m * a^n = a^{m+n}$

Пример:
$\mathbf{a^2 * a^3 = a^{2+3} = a^5}$

7. При делении степеней с одинаковыми основаниями показатели степеней вычитаются, а основание остаётся прежним:

$a^m : a^n = a^{m-n}$

8. При возведении степени в степень показатели степеней перемножаются, а основание остаётся прежним:

$((a)^m)^n = a^{m*n}$

Пример:
$((a)^4)^3 = a^{4*3} = a^{12}$

9. Степень произведения равна произведению степеней множителей:

$(abc)^n = a^n b^n c^n$

Пример:
$(ab)^3 = a^3 b^3$

10. Степень частного равна частному степеней делимого и делителя:

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Пример:
$\left(\frac{a}{b}\right)^3 = \frac{a^3}{b^3}$

**Степень с целым и дробным показателем**

Имеют место следующие тождества:

4. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
5. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$
6. $\sqrt{a^2} = |a|$

**Преобразования арифметических корней**

7. Правило извлечения корня из произведения: $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} * \sqrt[n]{b}$ , если $a \geq 0, b \geq 0$

8. Правило извлечения корня из дроби: $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$, если $a \geq 0, b > 0$

9. Правило извлечения корня из корня: $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$ , если $a \geq 0, (n, k) \in N, n > 1, k > 1$

10. Правило возведения корня в степень: $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$ , если $a \geq 0$

11. Показатель корня и показатель подкоренного выражения можно умножить на одно и то же число: $\sqrt[k]{a^m} = \sqrt[nk]{a^{nm}}$ , если $a \geq 0$ , $m \in N, n \in N$

Все указанные выше формулы часто применяются в обратном порядке (т. е. справа налево).

**Применение формул сокращённого умножения к действиям с арифметическими корнями:**

$\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right) * \left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right) = a - b$

<u>Задание к практической работе: </u>решение иррациональных уравнений

1). $\sqrt{x+6}-\sqrt{x+1}=\sqrt{2x-5}$
2). $\sqrt[3]{1-3x}=0$
3). $\sqrt{x+3}=\sqrt{5-x}$
4). $\sqrt{6+x-x^2}=1-x$
5) $x+\sqrt{x}=2(x-1)$

1) . $\sqrt{4+x}=\sqrt{2x-1}$
2). $\sqrt[3]{3x^2-3}=\sqrt[3]{8x}$
3). $\sqrt{1-2x}-\sqrt{13+x}=\sqrt{x+4}$
4). $\sqrt[4]{2-x}=0$
5). $x=1+\sqrt{x+11}$

1). $\sqrt{3x+4}-\sqrt{3x-3}=\sqrt{2x-7}$
2). $\sqrt{x^2-1}=\sqrt{3}$
3). $\sqrt{x^2-x+3}=\sqrt{3x^2-5x+6}$
4). $8-3x=\sqrt{x+2}$
5). $\sqrt[4]{4+x}=\sqrt[4]{2x-1}$

1). $\sqrt{x^2-x-3}=3$
2). $\sqrt[3]{2x+7}=\sqrt[3]{3(x-1)}$
3). $\sqrt{x+7}+\sqrt{x-2}=9$
4). $\sqrt{2x-34}=1+\sqrt{x}$
5). $\sqrt{3-2x}-\sqrt{1-x}=1$

1). $\sqrt{x-3}=x-9$
2). $\sqrt{5x-4}+\sqrt{2x-1}=\sqrt{3x+1}$
3). $\sqrt[3]{x-4}=2$
4). $\sqrt{2x+7}=x+2$
5). $\sqrt{3x^2-4x-1}=\sqrt{2x^2-5x-3}$

1). $\sqrt{x+7}+\sqrt{x+2}=\sqrt{3x+19}$
2). $\sqrt{x^2+5x+1}=2x-1$
3). $\sqrt{3x^2-2x+1}=\sqrt{2x^2-6x+13}$
4). $\sqrt[3]{x-3}=5$
5). $\sqrt{5x-1+3x^2}=3x$

<u>Задание к практической работе: </u>решение показательных уравнений и неравенств

1) $3^x=81$
2) $2^{5x-3}=16^x\cdot 16$
3) $\sqrt[3]{2^{x-2}}=\sqrt{4^{x+1}}$
4) $2^{x-1}+2^{x+2}=36$
5) $25^x+10\cdot 5^{x-1}-3=0$

1) $5^x=125$
2) $9^x=\dfrac{27^x}{27}$
3) $\sqrt[3]{3^{x+1}}=\sqrt[4]{9^{x-2}}$
4) $5^x-5^{x-2}=600$
5) $4^x+2^{x+1}-8=0$

1) $4^x=64$
2) $2^{4x-5}=64^x\cdot 64$
3) $\sqrt[3]{4^x}=\sqrt{2^{3x+1}}$
4) $7^x-7^{x-1}=6$
5) $9^x+3^{x+1}-4=0$

1) $2^x=16$
2) $\dfrac{9}{3^x}=81^{4x+1}$
3) $\sqrt{16^{x-1}}=\sqrt[3]{4^{x-2}}$
4) $5^{3x}+3\cdot 5^{3x-2}=140$
5) $25^x-30\cdot 5^x+125=0$

1. $\left(\dfrac{1}{64}\right)^x<\sqrt{\dfrac{1}{8}}$
2. $3^{x+3}-3^x>78$
3. $2^{2x+1}-9\cdot 2^x+4=0$
4. $4^{x^2-3x+5}\geq 64$

1. $\left(\dfrac{1}{5}\right)^{3-2x}\geq 125$
2. $2^x-2^{x-4}\leq 15$
3. $3^{2x+1}-28\cdot 3^x+9=0$
4. $7^{x^2-5x+8}<49$

1. $\left(\dfrac{1}{3}\right)^x\leq\dfrac{1}{81}$
2. $5^{x+2}+5^x\geq 130$
3. $49^x-6\cdot 7^x+5=0$
4. $2^{x^2-7x+16}<16$

1. $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{4-2x}>9$
2. $2^{x+3}-2^x<112$
3. $4^x+2\cdot 2^x-80=0$
4. $5^{x^2-8x+19}\leq 625$

**Требования к отчёту по практической работе:**

Выполненное домашнее задание представляется преподавателю в рабочей тетради, индивидуальная работа выполняется на отдельном двойном листе в клетку, самостоятельная работа выполняется в тетради для практических работ.

**Критерии оценивания:**

«2» - 0-4 задания

«3» - 5-6 заданий

«4» - 7-8 заданий

«5» - 9 заданий

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №8** по теме 4 (Аудиторная самостоятельная работа).
**Название:** Решение тригонометрических уравнений и неравенств.

**Название:** Решение тригонометрических уравнений и неравенств.

**Цель практического занятия:**

– Формирование практических навыков по решению простейших тригонометрических уравнений

– Развитие логического мышления, навыков самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.

– Формирование компетенций ОК 1-10.

Требования к предметным результатам освоения учебной дисциплины в соответствии с ФГОС СОО должны отражать:

– владение стандартными приемами решения тригонометрических уравнений;

– владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.

**Время выполнения:** Закадемических часа.

**Оборудование:**

21. Ручка, карандаш.
22. Рабочая тетрадь, тетрадь для практических работ.

**Содержание работы, алгоритм выполнения:**

Теория

$\sin x = a \qquad -1 \le a \le 1$

$x = (-1)^n \cdot \arcsin a + \pi n, \quad n \in Z$

$\cos x = a \qquad -1 \le a \le 1$

$x = \pm\arccos a + 2\pi n, \quad n \in Z$

$tgx = a$ a – любое число

$x = arctga + \pi n, \quad n \in Z$

$ctgx = a$ a – любое число

$x = arcctga + \pi n, \quad n \in Z$

Пример 1:

$\sqrt{2}\sin x-1=0$ перенесём $-1$ в правую часть уравнения и разделим на $\sqrt{2}$

$\sin x=\frac{1}{\sqrt{2}}$ домножим числитель и знаменатель правой части уравнения на $\sqrt{2}$

$\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$x=(-1)^n\cdot\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}+\pi n,\ n\in Z$

$Ответ: x=(-1)^n\cdot\frac{\pi}{4}+\pi n,\ n\in Z$

Пример 2:

$2\cos x+1=0$ перенесём $1$ в правую часть уравнения и разделим на $2$

$\cos x=-\frac{1}{2}$

$x=\pm\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)+2\pi n,\ n\in Z$

$Ответ: x=\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi n,\ n\in Z$

Пример 3:

$3tgx-\sqrt{3}=0$

$tgx=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$x=arctg\frac{\sqrt{3}}{3}+\pi n,\ n\in Z$

$Ответ: x=\frac{\pi}{6}+\pi n, n\in Z$

Пример 4:

$ctgx+\sqrt{3}=0$

$ctgx=-\sqrt{3}$

$x=arcctg\left(-\sqrt{3}\right)+\pi n,\ n\in Z$

$Ответ: x=\frac{5\pi}{6}+\pi n, n\in Z$

### Частные случаи простейших уравнений, содержащих синус и косинус

$\sin x = 0, \Rightarrow x = \pi k$

$\sin x = 1, \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$

$\sin x = -1, \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$

$\sin x = \frac{1}{2}, \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$ и $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$

$\sin x = -\frac{1}{2}, \Rightarrow x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k$ и $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$

$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}, \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$ и $x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k$

$\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \Rightarrow x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k$ и $x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k$

$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}, \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k$ и $x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$

$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \Rightarrow x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k$ и $x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$

$\cos x = 0, \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$

$\cos x = 1, \Rightarrow x = 2\pi k$

$\cos x = -1, \Rightarrow x = \pi + 2\pi k$

$\cos x = \frac{1}{2}, \Rightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k$

$\cos x = -\frac{1}{2}, \Rightarrow x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$

$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}, \Rightarrow x = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi k$

$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \Rightarrow x = \pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi k$

$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}, \Rightarrow x = \pm\frac{\pi}{6} + 2\pi k$

$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \Rightarrow x = \pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$

### Частные случаи простейших уравнений, содержащих тангенс и котангенс

| Уравнение | Решение | Уравнение | Решение |
|---|---|---|---|
| $tgx = 0$ | $x = \pi k$ | $ctgx = 0$ | $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$ |
| $tgx = 1$ | $x = \frac{\pi}{4} + \pi k$ | $ctgx = 1$ | $x = \frac{\pi}{4} + \pi k$ |
| $tgx = -1$ | $x = -\frac{\pi}{4} + \pi k$ | $ctgx = -1$ | $x = -\frac{\pi}{4} + \pi k$ |
| $tgx = \frac{\sqrt{3}}{3}$ | $x = \frac{\pi}{6} + \pi k$ | $ctgx = \sqrt{3}$ | $x = \frac{\pi}{6} + \pi k$ |
| $tgx = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ | $x = -\frac{\pi}{6} + \pi k$ | $ctgx = -\sqrt{3}$ | $x = -\frac{\pi}{3} + \pi k$ |
| $tgx = \sqrt{3}$ | $x = \frac{\pi}{3} + \pi k$ | $ctgx = \frac{\sqrt{3}}{3}$ | $x = \frac{\pi}{3} + \pi k$ |
| $tgx = -\sqrt{3}$ | $x = -\frac{\pi}{3} + \pi k$ | $ctgx = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ | $x = -\frac{\pi}{3} + \pi k$ |

<u>Пример 5:</u>

$sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = -1$

По формуле частного случая:

$\frac{\pi}{4} - x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \ -x = -\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \ -x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, \ x = \frac{3\pi}{4} - 2\pi n, \ n \in Z$

Ответ: , $x = \frac{3\pi}{4} - 2\pi n,\ n \in Z$

Пример 6:

$2\cos 3x = -\sqrt{2}$

Разделим левую и правую части уравнения на 2:

$\cos 3x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$3x = \pm\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi n,\ 3x = \pm\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) + 2\pi n,\ 3x = \pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in Z$

Разделим левую и правую части уравнения на 3:

$x = \pm\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi n}{3},\ n \in Z$

Ответ: $x = \pm\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi n}{3},\ n \in Z$.

Пример 7:

$3tg\frac{5}{3}x - 1 = 0$

$3tg\frac{5}{3}x = 1,\ tg\frac{5}{3}x = \frac{1}{3}$

$\frac{5}{3}x = arctg\frac{1}{3} + \pi n,\ n \in Z$

Разделим левую и правую части уравнения на $\frac{5}{3}$: $x = \frac{3}{5}arctg\frac{1}{3} + \frac{3\pi n}{5},\ n \in Z$

Ответ: $x = \frac{3}{5}arctg\frac{1}{3} + \frac{3\pi n}{5},\ n \in Z$

Задание к практической работе

Задание 1

1. $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
2. $\cos x = 2{,}2$
3. $\sin x = \frac{1}{2}$
4. $\sin x = -3$
5. $tgx = \sqrt{3}$

Задание 2

1. 
2. $\cos 4x - 1 = 1$
3. $\sqrt{3}tgx - 1 = 0$

Задание 3

1. $2\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}$
2. 
3. $\sqrt{3}tg\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{6}\right) - 3 = 0$

Задание 4

1. $\left(2\sin x - \sqrt{2}\right)\left(ctgx - \sqrt{3}\right) = 0$
2. $\left(2\cos x + 1\right)\left(\sqrt{3}tgx + 1\right) = 0$
3. $(1 + \sin x)\left(1 - ctg\frac{x}{2}\right) = 0$

**Требования к отчёту по практической работе:**

Выполненное домашнее задание представляется преподавателю в рабочей тетради, индивидуальная работа выполняется на отдельном двойном листе в клетку, самостоятельная работа выполняется в тетради для практических работ.

**Критерии оценивания:**

«2» - 0-1 задачи
«3» - 2 задачи
«4» - 3 задачи
«5» - 4 задач

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №9 - № 17**по теме 5 (Аудиторная самостоятельная работа).
**Название:**Изображение пространственных фигур на плоскости.
Признаки и свойства параллельных и перпендикулярных плоскостей.
Расстояние от точки до плоскости, от прямой до плоскости.
Расстояние между плоскостями, между скрещивающимися прямыми.
Расстояние между произвольными фигурами в пространстве.
Признаки взаимного расположения прямых.
Параллельное проектирование. Ортогональное проектирование. Площадь ортогональной проекции.
Взаимное расположение прямых и плоскостей.
Геометрические преобразования пространства: параллельный перенос.

**Цель практического занятия:**
– Формирование умений строить изображения пространственных фигур на плоскости, закрепление основных понятий о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах.
– Развитие логического мышления, навыков самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.
– Формирование компетенций ОК 1-10.
Требования к предметным результатам освоения учебной дисциплины в соответствии с ФГОС СОО должны отражать:
– владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
– владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием.

**Время выполнения:** 20 академических часов.

**Оборудование:**

23. Приборы (линейка).
24. Ручка, карандаш.
25. Рабочая тетрадь, тетрадь для практических работ.

**Содержание работы, алгоритм выполнения:**

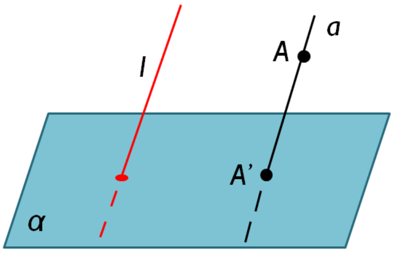
<u>Теория</u>

Параллельное проектирование – самый распространенный метод изображения геометрических тел на плоскости.

Рассмотрим основные понятия параллельного проектирования.

Возьмем в евклидовом пространстве некоторую плоскость σ (назовем ее ***плоскостью изображения***, или плоскостью проекции) и некоторую прямую *l*, не параллельную σ, которая задает направление проектирования.

Пусть *A* — произвольная точка пространства. Назовем ее ***оригиналом***. Проведем через эту точку прямую, параллельную прямой *l*, и обозначим через $A'$ точку, в которой эта прямая пересекает плоскость $\sigma$ . Точка $A'$ называется ***параллельнойпроекцией точки****A* на плоскость σ при проектировании параллельно прямой *l*. Параллельное проектирование называется ***ортогональным***, если направление проектирования перпендикулярно плоскости изображения




Отметим основные свойства параллельного проектирования отрезков и прямых. При этом предположим, что рассматриваемые прямые и отрезки не параллельны прямой *l*, в направлении которой производится проектирование.

1°. Параллельная проекция прямой есть прямая.

2°. При параллельном проектировании проекции параллельных прямых параллельны или совпадают.

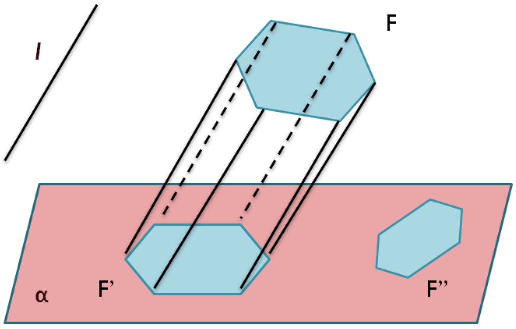
3°. Параллельная проекция отрезка $AB$ есть отрезок$A'B'$ где $A'$ и $B'$ — проекции точек $A$ и $B$ .

4°. При параллельном проектировании сохраняется простое отношение трех точек; в частности, проекция середины отрезка есть середина проекции отрезка.

Пусть *F* — произвольная фигура (плоская или пространственная), расположенная в пространстве. Множество параллельных проекций всех точек данной фигуры *F* образует некоторую фигуру $F'$, которая называется ***параллельной проекцией фигуры****F*.

$F$

Фигуру *F* называют ***оригиналом***, а — ***проекцией оригинала***. Геометрическая фигура, которая получена из фигуры *F'* подобием с некоторым коэффициентом *k*, называется ***изображением геометрической фигурыF*** при параллельном проектировании. Построенное таким образом изображение фигуры соответствует ее зрительному восприятию при рассмотрении из точки, расположенной достаточно далеко от фигуры.




Таким образом, изображение фигуры зависит от выбора плоскости изображений σ, направления проектирования и выбранного подобия плоскости σ. Обычно берется такое изображение фигуры, которое является наиболее наглядным и удобным для выполнения на нем дополнительных построений.

Основные требования к изображению фигур в параллельной проекции:

1) наглядность изображения, т. е. свойство чертежа вызывать пространственное представление изображаемой фигуры;

2) простота выполнения требуемых построений;

3) точность графических решений.

**Примеры задач на построение фигур в параллельной проекции**

**1)** Даны изображения вершин A, B, $A_1$ и O – центра основания параллелепипеда $A'B'C'D'A_1'B_1'C_1'D_1'$. Построить изображения остальных вершин.

Дано:

$A'B'C'D'A_1'B_1'C_1'D_1'$ - параллелепипед;

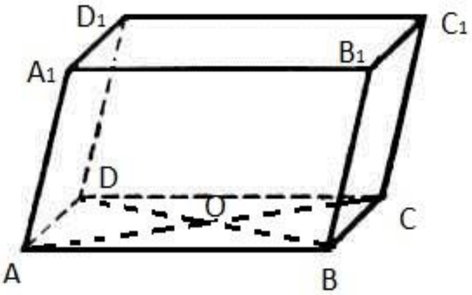
A, B, $A_1$, O – изображения точек A′, B′, $A_1'$ и O′;

O – центр основания.

Построить:

$ABCDA_1D_1C_1D_1$ - изображение параллелепипеда.

Построение:



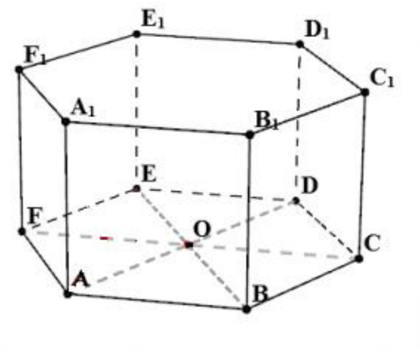

1. Строим $AA_1$ и AB.
2. $A'B'C'D'A_1'B_1'C_1'D_1'$ - параллелепипед => его основание – параллелограмм. Изображением параллелограмма является параллелограмм.
3. Центр основания параллелограмма – точка пересечения диагоналей. По свойству параллелограмма: диагонали точкой пересечения делятся пополам. При параллельном проектировании середина отрезка переходит в середину отрезка.
4. Строим на прямой AO точку C, т.ч. |AO| = |OC|.
5. Аналогично на прямой BO строим точку D, т.ч. |BO| = |OD|.
6. Боковые грани параллелепипеда – параллелограммы. В параллелограмме противоположные стороны параллельны и равны.
7. Строим $BB_1 \parallel AA_1$, т.ч. $|BB_1| = |AA_1|$.
8. Аналогично строим $CC_1$ и $DD_1$.
9. $ABCDA_1D_1C_1D_1$ - изображение параллелепипеда.

**2)** Изобразите правильную шестиугольную призму.

Построить:

$ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ – правильную шестиугольную пирамиду.

Построение:




1. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ – правильная шестиугольная пирамида => основанием служит правильный шестиугольник.
2. Для построения правильного шестиугольника строим сначала любой треугольник ABO (т. к. изображением данного треугольника в параллельной проекции является любой треугольник). Далее по правилам изображения плоских фигур в параллельной проекции достраиваем его до шестиугольника.

(Для этого:

1) строим т. D симметрично т. A относительно т. O;
2) строим т. E симметрично т. B относительно т. O;
3) строим пр. $l \parallel AB$ через т. O;
4) строим пр. $m \parallel AD$ через т. E;
5) $l$ пересекает $m$ в т. F;
6) строим пр. $n \parallel BE$ через т. D;
7) $n$ пересекает $l$ в т. C).

3. Для построения бокового ребра $AA_1$ откладываем от т. A отрезок $AA_1$ в отвесном направлении к плоскости основания (т. к. призма правильная, то боковые ребра перпендикулярны основанию. Для удобства восприятия при изображении пространственных фигур прямая, перпендикулярная плоскости, изображается в отвесном направлении).
4. Боковые грани призмы – параллелограммы. При параллельном проектировании образом параллелограмма является параллелограмм. В параллелограмме противоположные стороны параллельны и равны.
5. Строим $BB_1 \parallel AA_1$, т.ч. $|BB_1| = |AA_1|$.
6. Аналогично строим точки $C_1$, $D_1$, $E_1$, $F_1$.
7. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ – правильная шестиугольная пирамида.

<u>Задание к практической работе</u>

1) Даны изображения вершин A, B и $A_1$ правильной треугольной призмы $A'B'C'A'_1B'_1C'_1$, а так же центра M' основания A'B'C'. Найти изображения остальных вершин.

2) Даны изображения вершин A, B, К и O – центра основания правильной четырехугольной пирамиды A'B'C'D'К'. Найти изображения остальных вершин.

3) Изобразите правильную треугольную пирамиду.

4) Изобразите правильную шестиугольную пирамиду.

5) Даны изображения конуса и точки на его основании. Построить изображение правильной пирамиды, вписанной в конус, вершина основания которой совпадает с данной точкой при условии, что она треугольная.

**Требования к отчёту по практической работе:**

Выполненное домашнее задание представляется преподавателю в рабочей тетради, индивидуальная работа выполняется на отдельном двойном листе в клетку, самостоятельная работа выполняется в тетради для практических работ.

**Критерии оценивания:**

«2» - 0-2 задачи

«3» - 3 задачи

«4» - 4 задачи

«5» - 5 задач

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №18** по теме 6 (Аудиторная самостоятельная работа).
**Название:** Решение комбинаторных задач.

**Цель практического занятия:**

– Обобщение теоретического и практического материала по решению комбинаторных задач.
– Развитие логического мышления, навыков самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.
– Формирование компетенций ОК 1-10.

Требования к предметным результатам освоения учебной дисциплины в соответствии с ФГОС СОО должны отражать:

– владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

– сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей.

**Время выполнения:** 4 академических часа.

**Оборудование:**

26. Приборы (линейка).
27. Ручка, карандаш.
28. Рабочая тетрадь, тетрадь для практических работ.

**Содержание работы, алгоритм выполнения:**

<u>Теория</u>

**Методы решения комбинаторных задач:**

1) Перебор возможных вариантов

Простые задачи решают обыкновенным полным перебором возможных вариантов без составления различных таблиц и схем.

Пример
Какие двузначные числа можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5?
Решение: 11, 12, 13, 14, 15, 21, 22, 23, 24, 25, 31, 32, 33, 34, 35, 41, 42, 43, 44, 45, 51, 52, 53, 54, 55.

2) Дерево возможных вариантов

Самые разные комбинаторные задачи решаются с помощью составления специальных схем. Внешне такая схема напоминает дерево, отсюда и название метода - дерево возможных вариантов.

Пример
Какие двузначные числа можно составить из цифр 0, 2, 4?
Решение: Построим дерево возможных вариантов, учитывая, что 0 не может быть первой цифрой в числе.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 цифра | | 2 | | | 4 | |
| 2 цифра | 0 | 2 | 4 | 0 | 2 | 4 |

3) Составление таблиц

Решить комбинаторные задачи можно с помощью таблиц. Они, как и дерево возможных вариантов, наглядно представляют решение таких задач.

Пример
Сколько нечетных двузначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 4, 6, 7, 8, 9?
Решение.

| 1 цифра | 2 цифра | Количество столбцов = количеству цифр в числе |
|---|---|---|
| 1, 3, 4, 6, 7, 8, 9 | 1, 3, 7, 9 | Возможные варианты цифр |
| 7 | 4 | Количество возможных вариантов |

7*4 = 28 вариантов

**Формулы комбинаторики:**

1) Перестановка

Пусть имеется n различных объектов. Будем переставлять их всеми возможными способами (число объектов остается неизменными, меняется только их порядок). Получившиеся комбинации называются перестановками, а их число равно

$$P_n = n! = 1 * 2 * 3 * \cdots * (n-1) * n$$

Символ n! называется факториалом и обозначает произведение всех целых чисел от 1 до n. По определению, считают, что 0!=1, 1!=1.

Пример
$P_5=5!=1*2*3*4*5=120$

2) Размещения

Пусть имеется n различных объектов. Будем выбирать из них m объектов и переставлять всеми возможными способами между собой (то есть меняется и состав выбранных объектов, и их порядок). Получившиеся комбинации называются размещениями из n объектов по m, а их число равно

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Пример

$$\mathbf{A_5^2} = \frac{\mathbf{5!}}{(\mathbf{5-2})!} = \frac{\mathbf{5!}}{\mathbf{3!}} = \mathbf{4 * 5 = 20}$$

3) Сочетания

Пусть имеется n различных объектов. Будем выбирать из них m объектов все возможными способами (то есть меняется состав выбранных объектов, но порядок не важен). Получившиеся комбинации называются сочетаниями из n объектов по m, а их число равно

$$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!\,m!}$$

Пример

**Треугольник Паскаля**

$(a+b)^0 = 1$ 1

$(a+b)^1 = a+b$ 1 1

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ 1 2 1

$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ 1 3 3 1

$(a+b)^4 = a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$ 1 4 6 4 1

$(a+b)^5 = \ldots$ 1 5 10 10 5 1

$(a+b)^6 = \ldots$ . . . . . . . . . . . . . . . . .

Примеры

$$(a+b)^6 = 1a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + 1b^6$$

$$(2-b)^4 = 1 * 2^4 - 4 * 2^3 b + 6 * 2^2 b^2 - 4 * 2^1 b^3 + 1b^4 = 16 - 32b + 24b^2 - 8b^3 + b^4$$

<u>Задание к практической работе</u>

1. Решите задачу методом перебора:

Запишите все двузначные числа, состоящие из цифр 4, 7 и 2

a) Сколько их с повторениями?
b) Сколько их без повторений цифр?

2. Решите задачу, составив дерево вариантов:

Найдите все трехзначные числа, состоящие из цифр 1, 0, 3 и 9

a) Сколько их с повторениями?
b) Сколько их без повторений цифр?

3. Решите задачи, составив таблицы:

a) Сколько существует трехзначных чисел, состоящих из нечетных цифр?

b) Сколько существует четырехзначных чисел, в которых ровно 2 цифры 6?

4. Вычислите:

a)

$C - A$

b)

$$\frac{A_6^2 - A_5^3}{C_7^4}$$

c)

5. Возведите в степень:

a) $(f - c)^6$

b) $(a + 3)^5$

6. Решите задачи:

a) В группе 25 курсантов. На соревнования по баскетболу нужно отобрать команду из 10 человек. Сколькими способами это можно сделать?

b) В соревнованиях по баскетболу участвует 7 команд. Сколько существует вариантов распределения медалей?

c) Сколькими способами можно составить команду из 5 юношей и 2 девушек, если всего имеется 50 юношей и 20 девушек?

**Требования к отчёту по практической работе:**

Выполненное домашнее задание представляется преподавателю в рабочей тетради, индивидуальная работа выполняется на отдельном двойном листе в клетку, самостоятельная работа выполняется в тетради для практических работ.

**Критерии оценивания:**

«2» - 0-7 заданий

«3» - 8-9 заданий

«4» - 10-11 заданий

«5» - 12-14 заданий

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 19 - № 21** по теме 7 (Аудиторная самостоятельная работа).

**Название:** Применение координат и векторов при решении задач.
Действия с векторами.
Уравнение окружности, сферы. Уравнение плоскости. Расстояние между точками.

**Цель практического занятия:**

– Закрепление теоретического и практического материала по применению координат и векторов при решении задач.

– Развитие логического мышления, навыков самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.
– Формирование компетенций ОК 1-10.
Требования к предметным результатам освоения учебной дисциплины в соответствии с ФГОС СОО должны отражать:
– владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
– сформированность представлений о способах описания на математическом языке явлений реального мира;
– сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления.

**Время выполнения:** 8 академических часов.

**Оборудование:**

29. Приборы (линейка).
30. Ручка, карандаш.
31. Рабочая тетрадь, тетрадь для практических работ.

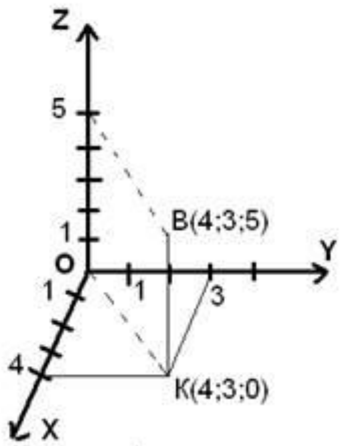
**Содержание работы, алгоритм выполнения:**

<u>Теория</u>

**Система координат**

Если через точку O в пространстве мы проведем три перпендикулярные прямые, назовем их, выберем направление, обозначим единичные отрезки, то мы получим прямоугольную систему координат в пространстве. Оси координат называются так: Ox – ось абсцисс, Oy – ось ординат и Oz – ось аппликат. Вся система координат обозначается – Oxyz. Таким образом, появляются три координатные плоскости: Oxy, Oxz, Oyz.

Пример:
Построение точки B(4;3;5) в прямоугольной системе координат.
Первая координата точки B – 4, поэтому откладываем на Ox 4, проводим прямую параллельно оси Oy до пересечения с прямой, проходящей через y=3. Таким образом, мы получаем точку K. Эта точка лежит в плоскости Oxy и имеет координаты K(4;3;0). Теперь нужно провести прямую параллельно оси Oz. И прямую, которая проходит через точку с аппликатой 5 и параллельна диагонали параллелограмма в плоскости Oxy. На их пересечении мы получим искомую точку B.




**Уравнение сферы**
В прямоугольной системе координат $O_{xyz}$ уравнение сферы с центром $C(x_0,y_0,z_0)$ и радиусом Rимеет вид:
$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$$

Пример:
Составить уравнение сферы с центром в точке K(2;-1;3) и радиусом 6.
$$(\mathbf{x}-\mathbf{2})^2+(\mathbf{y}+\mathbf{1})^2+(\mathbf{z}-\mathbf{3})^2=\mathbf{36}$$

Если сфера имеет центр в начале координат, то ее уравнение принимает вид:
$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$

> Пример:
> Составить уравнение сферы с центром в начале координат и радиусом 7.
> $x^2 + y^2 + z^2 = 49$

**Связь между координатами вектора и координатами его начала и конца**

$A \longrightarrow B$

$A(x_1; y_1; z_1)$, $B(x_2; y_2; z_2)$

$\overrightarrow{AB}\{x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1\}$

> Пример:
> Найти координаты вектора $\overrightarrow{MN}$, если M(2;4;-7), N(7;-2;0).
> $\overrightarrow{MN}\{7-2; -2-4; 0-(-7)\}$
> $\overrightarrow{MN}\{5; -6; 7\}$

**Определение координат середины отрезка**

$A(x_1; y_1; z_1)$, $C$, $B(x_2; y_2; z_2)$

$$C\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}; \frac{z_1 + z_2}{2}\right)$$

> Пример:
> Найти координаты точки C - середины вектора $\overrightarrow{MN}$, если M(2;4;-7), N(7;-2;0).
> $C\left(\frac{2+7}{2}; \frac{4-2}{2}; \frac{-7+0}{2}\right)$
> $C(4{,}5; 1; -3{,}5)$

**Определение расстояния между двумя точками**

$A(x_1; y_1; z_1)$, $B(x_2; y_2; z_2)$

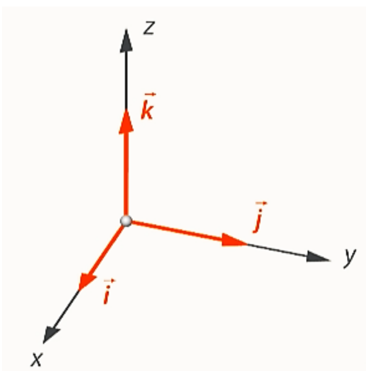
$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

> Пример:
> Найти расстояние между точками Ми N, если M(10;-5;-7), N(0;4;-3).
> $d = \sqrt{(0-10)^2 + (4-(-5))^2 + (-3-(-7))^2} = \sqrt{(-10)^2 + 9^2 + 4^2} = \sqrt{100+81+16} = \sqrt{197}$

**Вычисление длины вектора по его координатам**

$\vec{a}\{x; y; z\} \quad \Rightarrow \quad |\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

> Пример:
> Найти длину вектора $\vec{m}\{3; -5; 1\}$
> $|\vec{m}| = \sqrt{3^2 + (-5)^2 + 1^2} = \sqrt{9+25+1} = \sqrt{35}$



**Разложение вектора по ортам**

Отложим на каждой оси от начала координат в положительном направлении по вектору, длины которых будут равны 1. Эти векторы называют единичными, или ортами. Обозначают их соответственно $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{k}}$.

Каждый вектор пространства можно единственным образом разложить по ортам:

$\vec{m} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, где $\{x, y, z\}$ – координаты вектора m.

Пример:
Разложить вектор $\vec{s}\ \{7; -3; 2\}$ по ортам .
$\vec{s} = 7\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$

**Скалярное произведение векторов**

$\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}$
$\vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$
$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\angle(\vec{a}, \vec{b}))$ или $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$

Пример:
1) Найти скалярное произведение векторов $\vec{m}$ и $\vec{n}$, если $\vec{m}\{6; 0; -2\}$, $\vec{n}\{4; 3; 1\}$
$\vec{m} \cdot \vec{n} = 6 \cdot 4 + 0 \cdot 3 + (-2) \cdot 1 = 24 + 0 - 2 = 22$
2) Найти скалярное произведение векторов $\vec{m}$ и $\vec{n}$, если $|\vec{m}| = 5,$ $|\vec{n}| = 4,$ $\angle(\vec{m}, \vec{n}) = 30°$
$\vec{m} \cdot \vec{n} = 5 \cdot 4 \cdot \cos 30° = 20 * \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$

Задание к практической работе

1. Постройте точки в одной системе координат: A(1;-2;4), B(2;0;3), C(0;2;-3), D(3;0;0).
2. Даны точки M(6;1;3) и N(-3;2;-4). Найдите расстояние от начала координат до середины отрезка MN.
3. Напишите уравнение сферы с центром в точке C(2;3;-4) и проходящей через точку A(0;1;2)
4. Найдите длину вектора $\overrightarrow{PQ}$, если Q(2;1;5) и P(4;0;-3)
5. Разложите по ортам векторы: $\vec{m}$(6;7;-8) и $\vec{n}$(0;2;-8)
6. Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{a} * \vec{b}$, если:
   a) $|\vec{a}| = 5, |\vec{b}| = 2, \varphi = 60°$
   b) $\vec{a}(2; -6; 1), \vec{b}(3; 1; 0)$
   c) $|\vec{a}| = \frac{1}{3}, |\vec{b}| = \sqrt{3}, \varphi = 90°$
   d) $\vec{a}(5; 2; -3), \vec{b}(0; 1; -4)$
7. Координаты вершин треугольника A(4;-2;3), B(3;0;2) и C(-1;5;-2). Найдите длины сторон и длины медиан этого треугольника.

**Требования к отчёту по практической работе:**

Выполненное домашнее задание представляется преподавателю в рабочей тетради, индивидуальная работа выполняется на отдельном двойном листе в клетку, самостоятельная работа выполняется в тетради для практических работ.

**Критерии оценивания:**

«2» - 0-3 задачи

«3» - 4 задачи

«4» - 5 задач

«5» - 6-7 задач

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №22** по теме 8 (Аудиторная самостоятельная работа).
**Название:** Единицы измерения углов.
**Цель практического занятия:**

– Формирование навыков определения меры углов.
– Обобщение теоретического и практического материала по переводу градусной меры углов в радианную и обратно.
– Развитие логического мышления, навыков самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.
– Формирование компетенций ОК 1-10.

Требования к предметным результатам освоения учебной дисциплины в соответствии с ФГОС СОО должны отражать:

– владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.

**Время выполнения:** 2 академических часа.

**Оборудование:**

32. Приборы (линейка, транспортир).
33. Ручка, карандаш.
34. Рабочая тетрадь, тетрадь для практических работ.

**Содержание работы, алгоритм выполнения:**

Теория

Углы измеряются в градусах, минутах, секундах. Эти измерения связаны между собой соотношениями:

$1^0 = 60'$ $\quad\quad 1' = 60''$

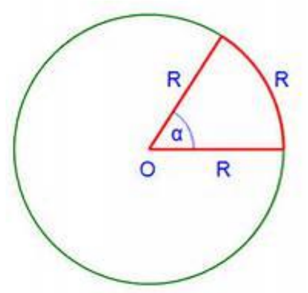
$1' = \left(\frac{1}{60}\right)^0$ $\quad\quad 1'' = \left(\frac{1}{60}\right)'$

Пример 1:

Выполните вычисления столбиком:

$$+\begin{array}{r} 70^0 00' 09'' \\ 28^0 41' 30'' \\ \hline 98^0 41' 39'' \end{array} \qquad +\begin{array}{r} 51^0 32' 54'' \\ 4^0 23' 15'' \\ \hline 55^0 56' 09'' \end{array} \qquad -\begin{array}{r} 70^0 00' 09'' \\ 28^0 41' 30'' \\ \hline 41^0 18' 39'' \end{array}$$

Кроме указанных, используется также единица измерения углов, называемая ***радианом.***




***Углом в один радиан называют такой центральный угол, длина дуги которого, равная длине радиуса окружности.***
Угол, равный 1 рад изображен на рисунке:

Радианная мера угла, т.е. величина угла, выраженная в радианах, не зависит от длины радиуса.
Установим связь между радианными и градусными измерениями углов.

Развернутый угол измеряется половиной длины единичной окружности. Это число обозначается буквой π. Число π = 3, 14159265358 …

$$1^0 = \frac{\pi}{180}\ \text{рад}.$$

$$1° = \frac{\pi}{180} \approx 0{,}017 \ \text{и}\ 1\ \text{рад} = \frac{180^0}{\pi} = \frac{180^0}{3{,}14} \approx 57{,}296° = 57°17'45''$$

Пример 2: Найдите радианную меру угла $72°$. Так как $1° = \frac{\pi}{180}\ \text{рад}$, то

$$72° = 72^0 \cdot \frac{\pi}{180°}\ \text{рад} = \frac{2\cdot\pi}{5}\ \text{рад} \quad \text{или} \quad 72^0 = \frac{2\cdot 3{,}14}{5}\ \text{рад} \approx 1{,}3\ \text{рад}.$$

$$\boxed{x^0 = x \cdot \frac{\pi}{180^0}}$$

***Чтобы перевести угол из градусов в радианы, нужно значение угла в градусах умножить наπ и разделить***

Пример 3: Выразите в градусах 4,5 рад. Так как $1\ \text{рад} = \frac{180}{\pi}$, то

$$4{,}5\ \text{рад} = 4{,}5 \cdot \frac{180^0}{\pi} = \frac{810°}{\pi} \approx 258°$$

$$\boxed{x\ \text{рад} = x \cdot \frac{180^0}{\pi}}$$

***Чтобы перевести угол из радианов в градусы, нужно значение угла в радианах умножить на 180 градусов***

***Замечание***: При записи радианной меры угла обозначение *рад* часто опускают.

Пример 4: Выразите в градусах угол, равный $\frac{\pi}{3}$.

$$\frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{180^0}{\pi} = 60^0$$

***Значения тригонометрических функций наиболее часто встречающихся углов:***

| | $0$ | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{2\pi}{3}$ | $\frac{3\pi}{4}$ | $\frac{5\pi}{6}$ | $\pi$ | $\frac{7\pi}{6}$ | $\frac{5\pi}{4}$ | $\frac{4\pi}{3}$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $\frac{5\pi}{3}$ | $\frac{7\pi}{4}$ | $\frac{11\pi}{6}$ | $2\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Sin | $0$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $1$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $0$ | $\frac{-1}{2}$ | $\frac{-\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ | $-1$ | $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{-\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{-1}{2}$ | $0$ |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Cos | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | $\frac{-1}{2}$ | $\frac{-\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ | -1 | $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{-\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{-1}{2}$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 |
| Tg | 0 | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1 | √3 | -- | -√3 | -1 | $\frac{-\sqrt{3}}{3}$ | 0 | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1 | √3 | --- | -√3 | -1 | $\frac{-\sqrt{3}}{3}$ | 0 |
| Ctg | -- | √3 | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 0 | $\frac{-\sqrt{3}}{3}$ | -1 | -√3 | -- | √3 | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 0 | $\frac{-\sqrt{3}}{3}$ | -1 | -√3 | --- |

Пример 5:Вычислите значение выражения $3tg\frac{\pi}{4}-\sin^2 60^0+\cos^2\frac{\pi}{6}$.

$$3tg\frac{\pi}{4}-\sin^2 60^0+\cos^2\frac{\pi}{6}=3tg\frac{\pi}{4}-\sin^2\frac{\pi}{3}+\cos^2\frac{\pi}{6}=3\cdot 1-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=3$$

Задание к практической работе

1. Выполните действия столбиком:

14°45′28″
+43°28′52″

26°58′25″
+12°23′41″

65°34′43″
+12°35′18″

64°12′43″
- 25°06′54″

74°11′15″
- 12°23′41″

73°23′41″
- 14°45′26″

2. Найдите градусную меру угла, радианная мера которого равна:

1) 0,5;

2) $\frac{\pi}{5}$;

3) $\frac{3\pi}{4}$;

4) $-\frac{9\pi}{2}$;

5) 10;

6) $\frac{\pi}{9}$.

3. Найдите радианную меру угла, градусная мера которого равна:

1) $135°$;

2) $36°$;

3) $150°$;

4) $240°$;

5) $-120°$;

6) $210°$.

4. Отметьте данные углы (углы из задания 2 и 3) на единичной окружности.
5. Вычислите значение выражений:

a) $\cos 0 - \sin\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{4} \cdot \cos 45^0$

b) $tg^2\frac{\pi}{3} - 2\cos\frac{\pi}{3} - \sin 90^0$

**Требования к отчёту по практической работе:**

Выполненное домашнее задание представляется преподавателю в рабочей тетради, индивидуальная работа выполняется на отдельном двойном листе в клетку, самостоятельная работа выполняется в тетради для практических работ.

**Критерии оценивания:**

«2» - 0-2 задачи
«3» - 3 задачи
«4» - 4 задачи
«5» - 5 задач

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №23** по теме 8 (Аудиторная самостоятельная работа).
**Название:** Преобразование тригонометрических выражений.
**Цель практического занятия:**
– Формирование навыков использования основных тригонометрических тождеств при преобразовании выражений
– Развитие логического мышления, навыков самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.
– Формирование компетенций ОК 1-10
Требования к предметным результатам освоения учебной дисциплины в соответствии с ФГОС СОО должны отражать:
– владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.

**Время выполнения:** 2академических часа

**Оборудование:**
35. Таблицы основных формул по теме «Тригонометрия».
36. Ручка, карандаш.
37. Рабочая тетрадь, тетрадь для практических работ.

**Содержание работы, алгоритм выполнения:**

Теория

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$tgx = \frac{\sin x}{\cos x}$

$ctgx = \frac{\cos x}{\sin x}$

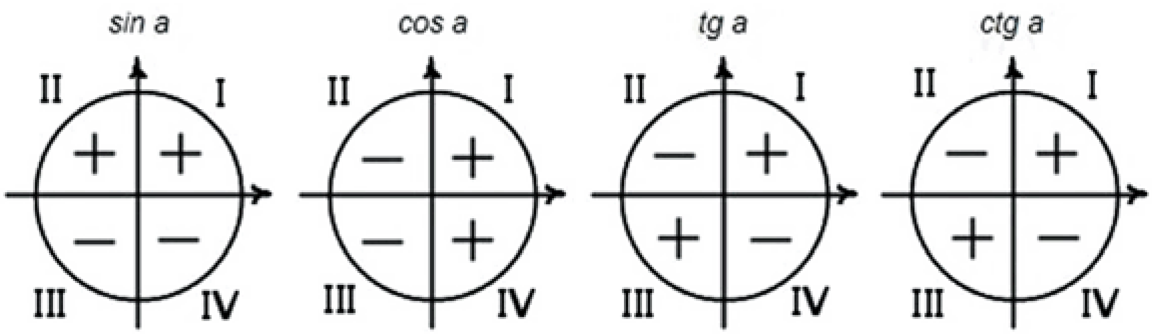
$tg^2 x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x}$

$ctg^2 x + 1 = \frac{1}{\sin^2 x}$

$tgx \cdot ctgx = 1$

Эти равенства называют ***основными тригонометрическими тождествами***.

**Знаки тригонометрических функций по четвертям в тригонометрическом круге.**




*Пример 1.* Упростите выражение $1-\cos^2 x$.

*Решение*: Используем для решения формулу $\sin^2 x+\cos^2 x=1$.

$\Rightarrow 1-\cos^2 x=\sin^2 x+\cos^2 x-\cos^2 x=\sin^2 x$

*Пример 2*. Найдите значение $tg\alpha$ , если $\cos\alpha=-\frac{4}{5}$, $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ .

*Решение:* $tg\alpha=\frac{\sin x}{\cos x}$, $\sin^2 x+\cos^2 x=1 \Rightarrow \sin^2 x=1-\cos^2 x \Rightarrow \sin x=\pm\sqrt{1-\cos^2 x}$

$$\Rightarrow \sin x=\pm\sqrt{1-\left(-\frac{4}{5}\right)^2}=\pm\sqrt{1-\frac{16}{25}}=\pm\sqrt{\frac{25-16}{25}}=\pm\sqrt{\frac{9}{25}}=\pm\frac{3}{5}$$

Угол **α** лежит во второй четверти, т.к. $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ . Следовательно, синус имеет положительное значение, т.е. $\sin x=\frac{3}{5}$.

$$tg\alpha=\frac{\sin x}{\cos x}=\frac{\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}}=\frac{3}{5}:\left(-\frac{4}{5}\right)=-\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{4}=-\frac{3}{4}$$

$$ctg\alpha=\frac{\cos x}{\sin x}=\frac{-\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}}=-\frac{4}{5}:\frac{3}{5}=-\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{3}=-\frac{4}{3}=-1\frac{1}{3}$$

<u>Задание к практической работе</u>

1. Упростите выражения:

1) $\sin^2 x-1$
2) $\cos^2 x+\left(1-\sin^2 x\right)$
3) $\sin^2 x+2\cos^2 x-1$
4) $(1-\sin x)\cdot(1+\sin x)$
5) $(\cos x-1)\cdot(1+\cos x)$
6) $1-\sin^2 x-\cos^2 x$
7) $\cos^2 x-\left(1-2\sin^2 x\right)$
8) $\sin x\cdot\cos x\cdot tgx$
9) $\sin x\cdot\cos x\cdot ctgx-1$
10) $\sin^2 x-tgx\cdot ctgx$

2. Преобразуйте выражения:

1) $\sin x \cdot ctgx$

2) $\cos x \cdot tgx$

3) $\dfrac{\sin x}{tgx}$

4) $\dfrac{tgx}{ctgx}+1$

5) $\dfrac{\sin^2 x-1}{1-\cos^2 x}$

3. Упростите выражение:

$ctgx-\dfrac{\cos x-1}{\sin x}$

$\dfrac{1}{\sin x-1}+\dfrac{1}{1+\sin x}$

4. Найдите значения оставшихся тригонометрические функции, если $\sin\alpha=-\dfrac{3}{5}$ и $\dfrac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$.

5. Найдите значения оставшихся тригонометрические функции, если $tg\alpha = -3$ и

**Требования к отчёту по практической работе:**

Выполненное домашнее задание представляется преподавателю в рабочей тетради, индивидуальная работа выполняется на отдельном двойном листе в клетку, самостоятельная работа выполняется в тетради для практических работ.

**Критерии оценивания:**

«2» - 0-8 заданий
«3» - 9-13 задачи
«4» - 14-16 заданий
«5» - 17-19 заданий

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №24** по теме 8 (Аудиторная самостоятельная работа).
**Название:** Решение тригонометрических уравнений. Решение тригонометрических неравенств.
**Цель практического занятия:**
– Формирование практических навыков по решению простейших тригонометрических уравнений
– Развитие логического мышления, навыков самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.
– Формирование компетенций ОК 1-10.
Требования к предметным результатам освоения учебной дисциплины в соответствии с ФГОС СОО должны отражать:
– владение стандартными приемами решения тригонометрических уравнений;
– владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.

**Время выполнения:** 4академических часа.

**Оборудование:**

38. Ручка, карандаш.
39. Рабочая тетрадь, тетрадь для практических работ.

**Содержание работы, алгоритм выполнения:**

Теория

$\sin x = a \qquad -1 \le \text{a} \le 1$

$x = (-1)^n \cdot \arcsin a + \pi n, \quad \text{n} \in \text{Z}$

$\cos x = a \qquad -1 \le \text{a} \le 1$

$x = \pm \arccos a + 2\pi n, \quad \text{n} \in \text{Z}$

$tgx = a$ a – любое число

$x = arctga + \pi n, \quad \text{n} \in \text{Z}$

$ctgx = a$ a – любое число

$x = arcctga + \pi n, \quad \text{n} \in \text{Z}$

Пример 1:

$\sqrt{2}\sin x - 1 = 0$ перенесём $-1$ в правую часть уравнения и разделим на $\sqrt{2}$

$\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ домножим числитель и знаменатель правой части уравнения на $\sqrt{2}$

$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$x = (-1)^n \cdot \arcsin\frac{\sqrt{2}}{2} + \pi n, \ \text{n} \in \text{Z}$

$Ответ: x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{4} + \pi n, \ \text{n} \in \text{Z}$

Пример 2:

$2\cos x + 1 = 0$ перенесём 1 в правую часть уравнения и разделим на 2

$\cos x = -\frac{1}{2}$

$x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, \ \text{n} \in \text{Z}$

$Ответ: x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, \ \text{n} \in \text{Z}$

Пример 3:

$$3tgx-\sqrt{3}=0$$
$$tgx=\frac{\sqrt{3}}{3}$$
$$x=arctg\frac{\sqrt{3}}{3}+\pi n,\ n\in Z$$
$$Ответ: x=\frac{\pi}{6}+\pi n, n\in Z$$

Пример 4:

$$ctgx+\sqrt{3}=0$$
$$ctgx=-\sqrt{3}$$
$$x=arcctg\left(-\sqrt{3}\right)+\pi n,\ n\in Z$$
$$Ответ: x=\frac{5\pi}{6}+\pi n, n\in Z$$

## Частные случаи простейших уравнений, содержащих синус и косинус

$$\sin x=0,\ \Rightarrow\ x=\pi k$$
$$\sin x=1,\ \Rightarrow\ x=\frac{\pi}{2}+2\pi k$$
$$\sin x=-1,\ \Rightarrow\ x=-\frac{\pi}{2}+2\pi k$$
$$\sin x=\frac{1}{2},\ \Rightarrow\ x=\frac{\pi}{6}+2\pi k \text{ и } x=\frac{5\pi}{6}+2\pi k$$
$$\sin x=-\frac{1}{2},\ \Rightarrow\ x=-\frac{\pi}{6}+2\pi k \text{ и } x=-\frac{5\pi}{6}+2\pi k$$
$$\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2},\ \Rightarrow\ x=\frac{\pi}{4}+2\pi k \text{ и } x=\frac{3\pi}{4}+2\pi k$$
$$\sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2},\ \Rightarrow\ x=-\frac{\pi}{4}+2\pi k \text{ и } x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi k$$
$$\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2},\ \Rightarrow\ x=\frac{\pi}{3}+2\pi k \text{ и } x=\frac{2\pi}{3}+2\pi k$$
$$\sin x=-\frac{\sqrt{3}}{2},\ \Rightarrow\ x=-\frac{\pi}{3}+2\pi k \text{ и } x=-\frac{2\pi}{3}+2\pi k$$

$$\cos x=0,\ \Rightarrow\ x=\frac{\pi}{2}+2\pi k$$
$$\cos x=1,\ \Rightarrow\ x=2\pi k$$
$$\cos x=-1,\ \Rightarrow\ x=\pi+2\pi k$$
$$\cos x=\frac{1}{2},\ \Rightarrow\ x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k$$
$$\cos x=-\frac{1}{2},\ \Rightarrow\ x=\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k$$
$$\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2},\ \Rightarrow\ x=\pm\frac{\pi}{4}+2\pi k$$
$$\cos x=-\frac{\sqrt{2}}{2},\ \Rightarrow\ x=\pm\frac{3\pi}{4}+2\pi k$$
$$\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2},\ \Rightarrow\ x=\pm\frac{\pi}{6}+2\pi k$$
$$\cos x=-\frac{\sqrt{3}}{2},\ \Rightarrow\ x=\pm\frac{5\pi}{6}+2\pi k$$

**Частные случаи простейших уравнений, содержащих тангенс и котангенс**

| Уравнение | Решение | Уравнение | Решение |
|---|---|---|---|
| $tgx=0$ | $x=\pi k$ | $ctgx=0$ | $x=\frac{\pi}{2}+\pi k$ |
| $tgx=1$ | $x=\frac{\pi}{4}+\pi k$ | $ctgx=1$ | $x=\frac{\pi}{4}+\pi k$ |
| $tgx=-1$ | $x=-\frac{\pi}{4}+\pi k$ | $ctgx=-1$ | $x=-\frac{\pi}{4}+\pi k$ |
| $tgx=\frac{\sqrt{3}}{3}$ | $x=\frac{\pi}{6}+\pi k$ | $ctgx=\sqrt{3}$ | $x=\frac{\pi}{6}+\pi k$ |
| $tgx=-\frac{\sqrt{3}}{3}$ | $x=-\frac{\pi}{6}+\pi k$ | $ctgx=-\sqrt{3}$ | $x=-\frac{\pi}{3}+\pi k$ |
| $tgx=\sqrt{3}$ | $x=\frac{\pi}{3}+\pi k$ | $ctgx=\frac{\sqrt{3}}{3}$ | $x=\frac{\pi}{3}+\pi k$ |
| $tgx=-\sqrt{3}$ | $x=-\frac{\pi}{3}+\pi k$ | $ctgx=-\frac{\sqrt{3}}{3}$ | $x=-\frac{\pi}{3}+\pi k$ |

Пример 5:

$sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=-1$

По формуле частного случая:

$\frac{\pi}{4}-x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ -x=-\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ -x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi n,\ x=\frac{3\pi}{4}-2\pi n,\ n\in Z$

Ответ: , $x=\frac{3\pi}{4}-2\pi n,\ n\in Z$

Пример 6:

$2\cos 3x=-\sqrt{2}$

Разделим левую и правую части уравнения на 2:

$cos\,3x=-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot$

$3x=\pm arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+2\pi n,\ 3x=\pm\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)+2\pi n,\ 3x=\pm\frac{3\pi}{4}+2\pi n$, $n\in Z$

Разделим левую и правую части уравнения на 3:

$x=\pm\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi n}{3},\ n\in Z$

Ответ: $x=\pm\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi n}{3},\ n\in Z\cdot$

Пример 7:

$3tg\frac{5}{3}x-1=0$

$3tg\frac{5}{3}x=1,\ tg\frac{5}{3}x=\frac{1}{3}$

$\frac{5}{3}x=arctg\frac{1}{3}+\pi n$, $n\in Z$

Разделим левую и правую части уравнения на $\frac{5}{3}$: $x=\frac{3}{5}arctg\frac{1}{3}+\frac{3\pi n}{5},\ n\in Z$

Ответ: $x = \frac{3}{5} arctg \frac{1}{3} + \frac{3\pi n}{5}$, $n \in Z$

Задание к практической работе

Задание 1

6. $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

7. $\cos x = 2{,}2$

8. $\sin x = \frac{1}{2}$

9. $\sin x = -3$

10. $tgx = \sqrt{3}$

Задание 2

4.

5. $\cos 4x - 1 = 1$

6. $\sqrt{3} tgx - 1 = 0$

Задание 3

4. $2 \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}$

5.

6. $\sqrt{3} tg\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{6}\right) - 3 = 0$

Задание 4

4. $\left(2\sin x - \sqrt{2}\right)\left(ctgx - \sqrt{3}\right) = 0$

5. $\left(2\cos x + 1\right)\left(\sqrt{3} tgx + 1\right) = 0$

6. $(1 + \sin x)\left(1 - ctg\frac{x}{2}\right) = 0$

**Требования к отчёту по практической работе:**

Выполненное домашнее задание представляется преподавателю в рабочей тетради, индивидуальная работа выполняется на отдельном двойном листе в клетку, самостоятельная работа выполняется в тетради для практических работ.

**Критерии оценивания:**

«2» - 0-1 задачи
«3» - 2 задачи
«4» - 3 задачи
«5» - 4 задач

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №25** по теме 9 (Аудиторная самостоятельная работа).
**Название:** Нахождение производных.
**Цель практического занятия:**

– Закрепление теоретического и практического материала по вычислению производных различных функций.
– Развитие логического мышления, навыков самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.
– Формирование компетенций ОК 1-10.

Требования к предметным результатам освоения учебной дисциплины в соответствии с ФГОС СОО должны отражать:

– сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа;
– владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.

**Время выполнения:** 4академических часа.

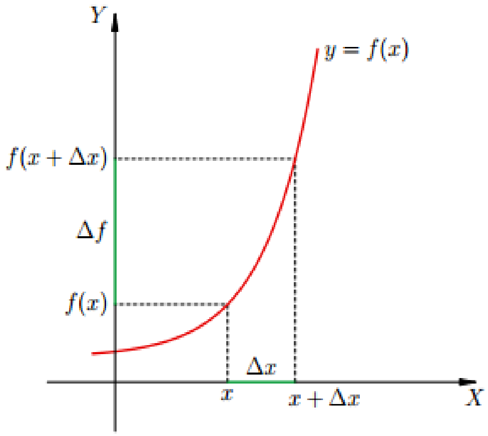
**Оборудование:**

40. Приборы (линейка).
41. Ручка, карандаш.
42. Рабочая тетрадь, тетрадь для практических работ.

**Содержание работы, алгоритм выполнения:**

Теория
При изучении некоторых процессов и явлений часто возникает необходимость оценить скорость протекания этих процессов. Для решения этой задачи служит производная.
Определение. Производной функции называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю
(рис)

$$y' = \lim_{\Delta z \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$$




Основные формулы дифференцирования

$$\mathbf{C' = 0} \qquad \mathbf{(e^x)' = e^x}$$

$$\mathbf{x' = 1} \qquad \mathbf{(a^x)' = a^x \cdot \ln a}$$

$$\mathbf{(x^2)' = 2x} \qquad \mathbf{(\ln x)' = \frac{1}{x}}$$

$$\mathbf{(x^n)' = n \cdot x^{n-1}} \qquad \mathbf{(\sin x)' = \cos x}$$

$$\mathbf{(\cos x)' = -\sin x}$$

Пример 1:

$$(5x)' = 5$$

$$(3x^2)' = 6x$$

$$(5x^2 - x + 4)' = 10x - 1$$

$$(\sin x - x^6)' = \cos x - 6x^5$$

**Правила дифференцирования**

$$\mathbf{(U \pm V)' = U' \pm V'}$$

$$\mathbf{(U \cdot V)' = U' \cdot V + V' \cdot U}$$

$$\mathbf{\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U' \cdot V - V' \cdot U}{V^2}}$$

Пример 2:

$$\left(\frac{x^2 - 2}{x^2 + 2}\right)' = \frac{2x(x^2+2) - 2x(x^2-2)}{(x^2+2)^2} = \frac{2x^3 + 4x - 2x^3 + 4x}{(x^2+2)^2} = \frac{8x}{(x^2+2)^2}$$

**Производная сложной функции**

Правило: чтобы найти производную сложной функции надо производную внешней функции умножить на производную внутренней функции.

$$\mathbf{(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)}$$

Пример3:

$$y = \cos 6x + \ln(2x - 3)$$

$$y' = -6\sin 6x + \frac{2}{2x - 3}$$

Задание к практической работе

1-4: Найдите производные функций:

1. а) $y = -5x^4 - 4x^3 + 3x - 10$

б) $y = -\frac{1}{3}x^6 + \frac{1}{4}x^2 - 4\sqrt{x} + 2x$

в) $y = 3e^x + 2^x - 4\ln x$

2. а) $y = (2x + \cos x) \cdot \sin x$

б) $y = (2x + x^3) \cdot e^x$

в) $y = (-x + x^3) \cdot (x^2 - 2x)$

3. а) $y = \frac{x^2 + 2x}{x^2}$ б) $y = \frac{-2x^3 - x^2}{x^2}$ в) $y = \frac{-x - \cos x}{\sin x}$

4. а) $y = \cos(-x^3 - 4x + 15)$

б) $y = e^{-x^2+5x}$

в) $y = (4x^4 + 14x - 10)^3$

5. а) для функции $f(x) = -10x + 3ctgx$ найдите $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$

б) для функции $f(x) = 3e^x - \cos x + 17x$ найдите $\mathbf{f'(0)}$

**Требования к отчёту по практической работе:**

Выполненное домашнее задание представляется преподавателю в рабочей тетради, индивидуальная работа выполняется на отдельном двойном листе в клетку, самостоятельная работа выполняется в тетради для практических работ.

**Критерии оценивания:**

«2» - 0-2 задачи
«3» - 3 задачи
«4» - 4 задачи
«5» - 5 задач

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №26** по теме 9 (Аудиторная самостоятельная работа).

**Название:** Применение производной к исследованию функций.

**Цель практического занятия:**

– Формирование умений исследовать функции при помощи производной, применять производную при решении задач на максимум и минимум.

– Развитие логического мышления, навыков самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.

– Формирование компетенций ОК 1-10.

Требования к предметным результатам освоения учебной дисциплины в соответствии с ФГОС СОО должны отражать:

– сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа;

– владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.

**Время выполнения:** 4академических часа.

**Оборудование:**

43. Приборы (линейка).
44. Ручка, карандаш.
45. Рабочая тетрадь, тетрадь для практических работ.

**Содержание работы, алгоритм выполнения:**

Теория

1. ***Возрастание и убывание функции***

$y = f x$

Функция называется *возрастающей* в промежутке $a < x < b$ , если для любых $x_1$ и $x_2$ , принадлежащих этому промежутку и таких, что $x_1 < x_2$, имеет место неравенство $f(x_1) < f(x_2)$.

Функция $y = f(x)$ называется *убывающей* в промежутке $a < x < b$ , если для любых $x_1$ и $x_2$ , принадлежащих этому промежутку и таких, что $x_1 < x_2$ , имеет место неравенство $f(x_1) > f(x_2)$.

Как возрастающие, так и убывающие функции называются монотонными, а промежутки, в которых функция возрастает или убывает, - *промежутками монотонности*.

Возрастание и убывание функции $y = f(x)$ характеризуется знаком ее производной.

***Если в некотором промежутке $f'(x) > 0$ , то функция возрастает в этом промежутке.***

***Если в некотором промежутке $f'(x) < 0$ , то функция убывает в этом промежутке.***

Пример 1. Найти промежутки монотонности следующих функций:

$f(x) = x^2 - 8x + 12$

Находим производную: $f'(x) = 2x - 8$ , имеем .

Последующие рассуждения представим в таблице:

| | | | |
|---|---|---|---|
| $x$ | $-\infty < x < 4$ | *4* | $4 < x <$ |
| $f'(x)$ | - | *0* | + |
| $f(x)$ | ↘ | | ↗ |

Таким образом, данная функция в промежутке $-\infty < x < 4$ убывает,

$4 < x < \infty$

а в промежутке                возрастает.

Ответ: $y\downarrow$ при $x \in (-\infty;4)$ и $y\uparrow$ при $x \in (4;+\infty)$

***2. Исследование функции на экстремум с помощью первой производной***

Точка $x_0$ из области определения функции $f(x)$ называется *точкой минимума* этой функции, если существует такая $\delta$ – окрестность $(x_0-\delta, x_0+\delta)$ точки $x_0$, что для всех $x \neq x_0$ из этой окрестности выполняется неравенство $f(x) \geq f(x_0)$.

Точка $x_0$ из области определения функции $f(x)$ называется *точкой максимума* этой функции, если существует такая $\delta$ – окрестность $(x_0-\delta, x_0+\delta)$ точки $x_0$, что для всех $x \neq x_0$ из этой окрестности выполняется неравенство $f(x) \leq f(x_0)$.

Точки минимума и максимума функции называются *точками экстремума* данной функции, а значения функции в этих точках – *минимумом* и *максимумом* (или *экстремумами*) функции.

Точками экстремумами могут служить только *критические точки*, т.е. точки, принадлежащие области определения функции, в которых производная $f'(x)$ обращается в нуль или терпит разрыв.

**Если при переходе через критическую точку $x_0$ производная $f'(x)$ меняет знак, то функция $f(x)$ имеет в точке $x_0$ экстремум: минимум в том случае, когда производная меняет знак с минуса на плюс, и максимум – когда с плюса на минус. Если же при переходе через критическую точку $x_0$ производная $f'(x)$ не меняет знака, то функция $f(x)$ в точке $x_0$ не имеет экстремума, данная точка называется точкой перегиба.**

***3. Правило нахождения экстремумов функции $y = f(x)$ с помощью первой производной***

1) Найти производную $f'(x)$.

2) Найти критические точки функции $y = f(x)$, т.е. точки в которых $f'(x)$ обращается в нуль или терпит разрыв.

3) Исследовать знак производной $f'(x)$ в промежутках, на которые найденные критические точки делят область определения функции $f(x)$. При этом критическая точка $x_0$ есть точка минимума, если она отделяет промежуток, в котором $f'(x) < 0$, от промежутка, в котором $f'(x) > 0$, и точка максимума – в противном случае. Если же в соседних промежутках, разделенных критической точкой $x_0$, знак производной не меняется, то в точке $x_0$ функция экстремума не имеет.

4) Вычислить значения функции в точках экстремума.

Пример 2: Исследовать на экстремум следующие функции:

$f(x) = x^2 - 4x$

Находим $f'(x) = 2x - 4$, приравняем производную к нулю, имеем . Получим единственную критическую точку $x = 2$.

Последующие рассуждения представим в таблице:

| $x$ | $-\infty < x < 2$ | 2 | $2 < x <$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | - | *0* | + |
| $f(x)$ | ↘ | *Минимум* | ↗ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | $f_{\min(x)} = f(2) = -4$ | |

$f_{\min(x)} = f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 = 4 - 8 = -4$

$$f(x) = x^2 - 4x$$

График функции есть парабола. Точка минимума (2;-4) является вершиной параболы.

**4. Наименьшее и наибольшее значения функции**

Для нахождения наименьшего и наибольшего значений функции, непрерывной в некотором промежутке, необходимо:

1) Найти критические точки, принадлежащие заданному промежутку, и вычислить значения функции в этих точках;

2) Найти значения функции на концах промежутка;

3) Сравнить полученные значения; тогда наименьшее и наибольшее из них являются соответственно наименьшим и наибольшим значениями функции в рассматриваемом промежутке.

<u>Пример 3</u>. Найти наименьшее и наибольшее значение функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в промежутке $0 \le x \le 3$ .

$$f'(x) = 2x - 4$$

Имеем ; $2x - 4 = 0$ , т.е. $x = 2$ - критическая точка. Находим $f(2) = -1$ ; далее, вычисляем значения функции на концах промежутка: $f(0) = 3$ , $f(3) = 0$ .

Итак, наименьшее значение функции равно - 1 и достигается ею во внутренней точке промежутка, а наибольшее значение равно 3 и достигается на левом конце промежутка.

**5. Построение графиков функций**

***Общая схема построения графиков функций***

1) Найти область определения функции.

2) Выяснить, не является ли функция четной, нечетной или периодической.

3) Найти точки пересечения графика с осями координат (если это не вызывает затруднений).

4) Найти асимптоты графика функции.

5) Найти промежутки монотонности функции и ее экстремумы.

6) Найти промежутки выпуклости графика функции и точки перегиба.

7) Построить график, используя полученные результаты исследования.

<u>Пример 4 .</u>Построить график функции $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$ .

1. Функция определена на всей числовой прямой, т.е. $D(y) = R$ .

2. Данная функция не является ни четной, ни нечетной; кроме того, она не является периодической.

$Oy$

3. Найдем точку пересечения графика с осью : полагая $x = 0$ , получим $y = -3$ . Точки пересечения графика с осью $Ox$ в данном случае найти затруднительно.

4. Очевидно, что график функции не имеет асимптот.

5. Найдем производную: $y' = 3x^2 - 12x + 9$ . Далее, имеем .

Точки $x = 1$ и $x = 3$ делят область определения функции на три промежутка: $-\infty < x < 1$ , $1 < x <$ : $3 < x <$ $3 < x < \infty$ $y' > 0$

, . В промежутках $-\infty < x < 1$ и , то есть функция возрастает, $1 < x <$

а в промежутке $y' < 0$ , то есть функция убывает. При переходе через точку $x = 1$ производная меняет знак с плюса на минус, а при переходе через точку $x = 3$ - с минуса на плюс. Значит, $y_{max} = y(1) = = 1,$ $y_{min} = y(3) = -3$ .

6. Найдем вторую производную: $y'' = 6x - 12;$ $6x - 12 = 0,$ $x = 2$ . Точка $x = 2$ делит $2 < x <$

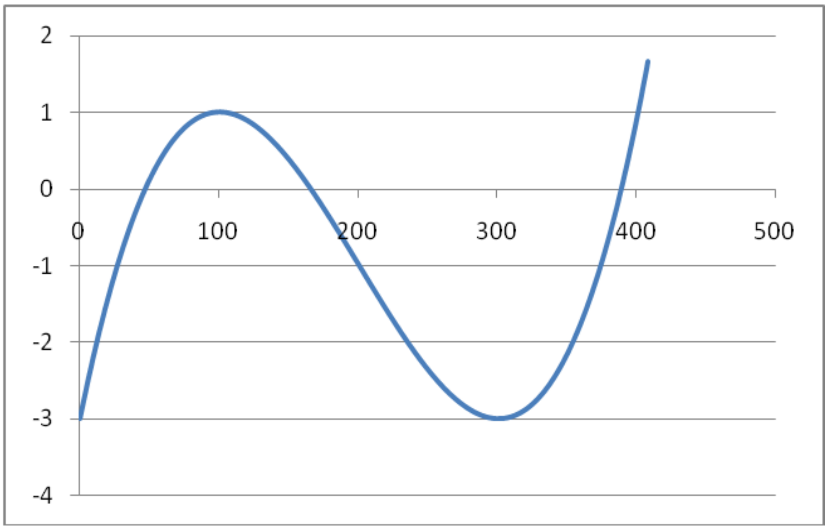
область определения функции на два промежутка $-\infty < x < 2$ и . В первом из них $y'' < 0$ , а во втором

$2 < x <$

$y'' > 0$ , то есть в промежутке $-\infty < x < 2$ кривая выпукла вверх, а в промежутке выпукла вниз. Таким образом, получим точку перегиба (2;-1).

7. Используя полученные данные, строим искомый график.

$y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$




Задание к практической работе

1. Найдите промежутки монотонности функции $y = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 1$ .
2. Найдите наименьшее и наибольшее значение функции:

$y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x - \frac{1}{3}$ на отрезке $-2 \le x \le 2$ .

3. Найдите экстремумы функции:

а) $y = x^3 + 3x^2$; б) $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x$ .

4. Дан закон прямолинейного движения точки $s = -\frac{1}{6}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{2}t + 1$ .

(t - в секундах, s - в метрах). Найдите максимальную скорость движения этой точки.

5. Исследуйте функцию и постройте ее график:

а. $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 8$ .

**Требования к отчёту по практической работе:**
Выполненное домашнее задание представляется преподавателю в рабочей тетради, индивидуальная работа выполняется на отдельном двойном листе в клетку, самостоятельная работа выполняется в тетради для практических работ.

**Критерии оценивания:**
«2» - 0-2 задачи
«3» - 3 задачи
«4» - 4 задачи
«5» - 5 задач

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №27** по теме 9 (Аудиторная самостоятельная работа).
**Название:** Применение производной в решении физических задач.
**Цель практического занятия:**
– Обобщение теоретического и практического материала по применению физического смысла производной.
– Развитие логического мышления, навыков самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.
– Формирование компетенций ОК 1-10.

Требования к предметным результатам освоения учебной дисциплины в соответствии с ФГОС СООдолжны отражать:
– сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа.

**Время выполнения:** 4академических часа.

**Оборудование:**

46. Таблицы устного счёта.
47. Таблица с формулами дифференцирования.
48. Приборы (линейка).
49. Ручка, карандаш.
50. Рабочая тетрадь, тетрадь для практических работ.

**Содержание работы, алгоритм выполнения:**

Теория

**Физический смысл производной**

(впервые сформулировал И. Ньютон в 17в):

Скорость есть производная от пути.

Ускорение есть производная от скорости или вторая производная от пути.

$$\mathbf{V(t) = S'(t)}$$
$$\mathbf{a(t) = V'(t) = S''(t)}$$

Пример 5. Путь тела задан уравнением $S = 3t^3 - 12t^2 + 4t$. Найдите его скорость через 3 секунды после начала движения.

Решение:

$$\mathbf{V(t) = S'(t) = 9t^2 - 24t + 4}$$
$$\mathbf{V(3) = 9 \cdot 3^2 - 24 \cdot 3 + 4 = 13\ (м/с)}$$

Пример 6.

Два тела движутся прямолинейно: одно по закону $\mathbf{S(t) = t^3 + 2t^2 - 18t}$, другое по закону $\mathbf{S(t) = 2t^2 + 5}$. Определите момент времени, когда скорости этих тел равны. Найдите при этом ускорение первого тела.

Решение:

$$\mathbf{V_1 = S_1'(t) = 3t^2 + 4t - 18}$$
$$\mathbf{V_2 = S_2'(t) = 4t}$$
$$\mathbf{V_1 = V_2}$$
$$\mathbf{3t^2 + 4t - 18 = 4t}$$
$$\mathbf{t_1 = 6}$$
$$\mathbf{t_2 = -6 - п/к}$$
$$\mathbf{a_1 = V_1' = 6t + 4}$$
$$\mathbf{a_1(6) = 6 \cdot 6 + 4 = 40 (м/с)}$$

Задание к практической работе

1. Зависимость пути от времени при движении тела задана уравнением: $\mathbf{S = 3t^3 - 8t^2 + 6t - 1.}$ Вычислите путь и скорость этого тела в момент времени t = 2с.
2. Тело вращается вокруг оси по закону $\mathbf{\varphi = 3t^2 - 4t + 2}$ (рад). Найдите угловую скорость $\mathbf{\omega\ (t)}$ в произвольный момент времени и через 2с после начала вращения.
3. Зависимость пути от времени при движении тела задана уравнением: $\mathbf{S = \frac{1}{6}t^3 - \frac{1}{4}t^2 + 5.}$ Вычислите путь, скорость и ускорение этого тела в момент времени t = 3с.
4. Тело движется по закону $\mathbf{S = \frac{2}{3}t^3 - 3t^2 + 10.}$ Определите в какой момент времени ускорение его будет равно 2 м/с$^2$. Вычислите путь этого тела за найденное время.
5. 2 тела движутся по законам $\mathbf{S_1 = t^3 + 2t^2 - 12t + 15}$ и $\mathbf{S_2 = 2t^2.}$ Определите момент времени, когда скорости этих тел равны. Вычислите для этого времени путь, скорость и ускорение каждого тела.

**Требования к отчёту по практической работе:**

Выполненное домашнее задание представляется преподавателю в рабочей тетради, индивидуальная работа выполняется на отдельном двойном листе в клетку, самостоятельная работа выполняется в тетради для практических работ.

**Критерии оценивания:**

«2» - 0-2 задачи

«3» - 3 задачи

«4» - 4 задачи

«5» - 5 задач

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №28** по теме 9 (Аудиторная самостоятельная работа).

**Название:** Вычисление площадей с помощью определённого интеграла.

**Цель практического занятия:**

– Обобщение теоретического и практического материала по применению геометрического смысла определённого интеграла, вычислению площадей плоских фигур.

– Развитие логического мышления, навыков самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.

– Формирование компетенций ОК 1-10.

Требования к предметным результатам освоения учебной дисциплины в соответствии с ФГОС СОО должны отражать:

– сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа.

**Время выполнения:** 4академических часа.

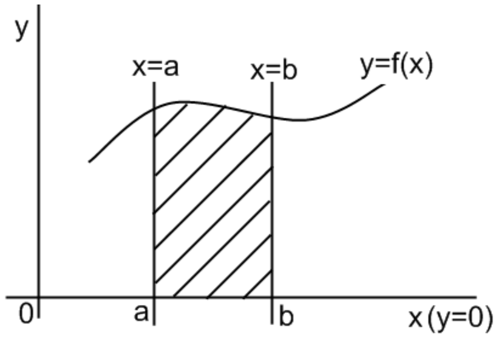
**Оборудование:**

51. Таблицы устного счёта.
52. Таблица с формулами интегрирования.
53. Приборы (линейка).
54. Ручка, карандаш.
55. Рабочая тетрадь, тетрадь для практических работ.

**Содержание работы, алгоритм выполнения:**

Теория

Определение 1. Криволинейной трапецией называется фигура, ограниченная 4-мя линиями: $y = f(x);\ x = a;\ x = b;\ y = 0$ (рис. 1)

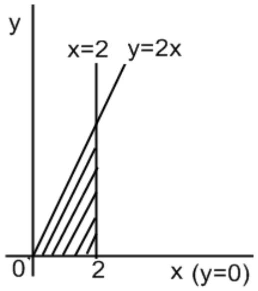


Определение 2. Определённым интегралом называется разность первообразных (число, вычисляемое по формуле Ньютона-Лейбница).
Геометрический смысл определённого интеграла заключается в нахождении площади криволинейной трапеции по формуле Ньютона-Лейбница.

Формула Ньютона-Лейбница: $S = \int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$

S – площадь криволинейной трапеции
f(x) – подынтегральная функция
dx – дифференциал аргумента
a – нижний предел интегрирования
b – верхний предел интегрирования
F – первообразная.

Пример. Вычислите площадь трапеции, ограниченной линиями: $y = 2x;\ x = 2;\ y = 0$

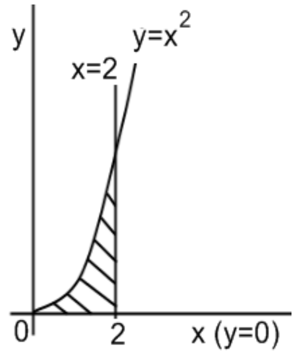



Решение:

Способ 1. $S = S_\Delta = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 4 = 4$ ед$^2$

Способ 2. $S = \int_0^2 2xdx = x^2\Big|_0^2 = 2^2 - 0^2 = 4$ ед$^2$

Пример. Вычислите площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями:
$y = x^2;\ x = 2;\ y = 0$




Решение: $S = \int_0^2 x^2dx = \frac{x^3}{3}\Big|_0^2 = \frac{2^3}{3} - 0 = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$ åä$^2$

Свойства определённого интеграла

$1^0$. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$ - при перестановке пределов меняется знак интеграла.

$2^0$. $\int_a^b m\cdot f(x)dx = m\cdot\int_a^b f(x)dx$ - число можно вынести за знак интеграла.

$3^0$. $\int_a^b \left(f(x)+g(x)\right)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$ - интеграл суммы равен сумме интегралов.

$4^0$. Если $c \in [a;b]$, то $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$ - интеграл можно разбить на сумму интегралов.

Способы вычисления определённого интеграла

1. Табличный

Пример.

$$\int_1^3 8x^3dx = 8\cdot\frac{1}{4}x^4\Big|_1^3 = 2x^4\Big|_1^3 = 2\cdot 3^4 - 2\cdot 1^4 = 162 - 2 = 160$$

2. Подстановка (замена переменной)

Пример.

$$\int_1^2 (2x+1)^3dx = \int t^3\frac{dt}{2} = \frac{(2x+1)^4}{8}\Big|_1^2 = \frac{625}{8} - \frac{81}{8} = \frac{544}{8} = 68$$

$2x+1=t$

$2dx = dt$

$dx = \frac{dt}{2}$

3. Интегрирование по частям

Пример.

$$\int_0^1 x\cdot e^xdx = xe^x - \int_0^1 e^xdx = \left(xe^x - e^x\right)\Big|_0^1 = \left(1\cdot e^1 - e^1\right) - \left(0\cdot e^0 - e^0\right) = 0+1 = 1$$

$U = x$

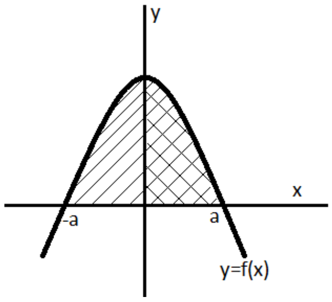
$dV = e^xdx$

$dU = dx$

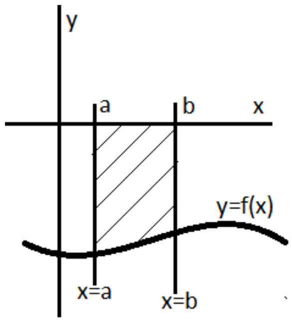
$V = e^x$

Площадь плоской фигуры

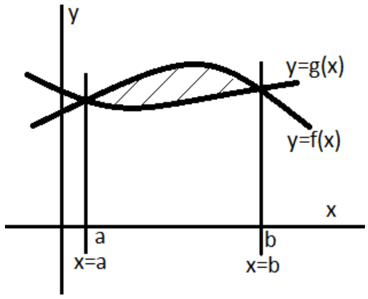
Случаи.



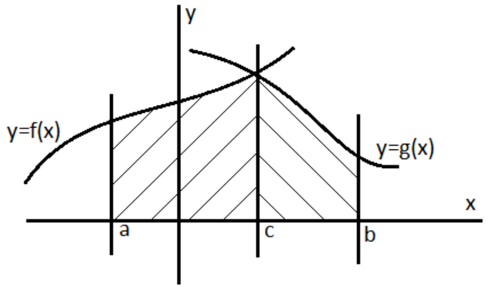

Если $y=f(x)$ - чётная функция, то $S = \int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx$




Если криволинейная трапеция находится ниже оси $ox$, то $S = \left|\int_a^b f(x)dx\right|$

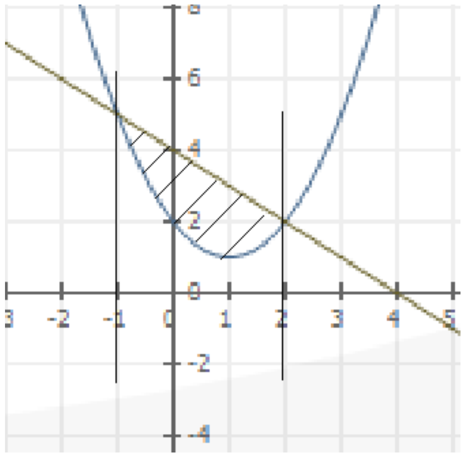



$$S = S_1 - S_2 = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$$




$$S = S_1 + S_2 = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b g(x)dx$$

Пример. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $f(x) = x^2 - 2x + 2$ и $y = -x + 4$.



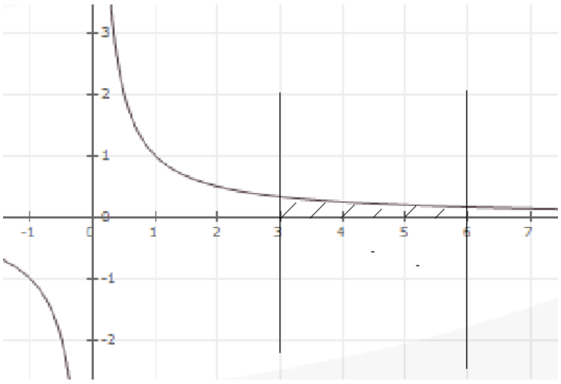

Решение:

$$S_1=\int_{-1}^{2}(-x+4)dx=\left(-\frac{1}{2}x^2+4x\right)\Bigg|_{-1}^{2}=10{,}5\ ед^2$$

$$S_2=\int_{-1}^{2}\left(x^2-2x+2\right)dx=\left(\frac{1}{3}x^3-x^2+2x\right)\Bigg|_{-1}^{2}=6\ ед^2$$

$$S=S_1-S_2=10{,}5-6=4{,}5\ ед^2$$

Пример. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=\frac{1}{x}$; $x=6$; $x=3$ и $y=0$




Решение:

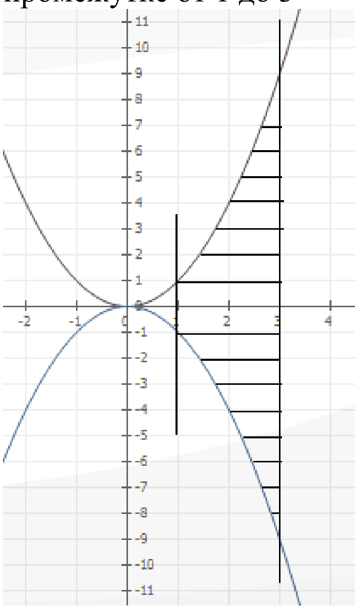
$$S=\int_{3}^{6}\frac{1}{x}dx=\ln|x|\Big|_{3}^{6}=\ln 6-\ln 3=\ln\frac{6}{3}=\ln 2\ ед^2$$

Объём тела вращения

Формула для вычисления объёма тела, вращаемого вокруг оси $ox$.

$$V=\pi\int_{a}^{b}f^2(x)dx$$

Пример. Вычислите объём тела, получаемого вращением вокруг оси $ox$ функции $y=x^2$, в промежутке от 1 до 3



Решение:

$$V=\pi\int_{1}^{3}\left(x^2\right)^2dx=\pi\int_{1}^{3}x^4dx=\pi\cdot\frac{1}{5}x^5\ \Big|_{1}^{3}=\frac{243\pi}{5}-\frac{1\pi}{5}=\frac{242\pi}{5}=48.4\pi\approx 152\ ед^3$$

Задание к практической работе

1. Вычислите площадь трапеции, ограниченной линиями: $y = 2x;\ \ x = 2;\ \ y = 0$
2. Вычислите площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями: $y = x^2;\ x = 2;\ y = 0$
3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \frac{1}{x};\ \ x = 6;\ \ x = 3$ и $y = 0$.
4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $f(x) = x^2 - 2x + 2$ и $y = -x + 4$.
5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 - 8x + 12;\ \ y = 0.$
6. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 16 - x^2;\ \ y = 0.$
7. Вычислите объём тела, получаемого вращением вокруг оси $ox$ функции $y = x^2$, в промежутке от 1 до 3.

**Требования к отчёту по практической работе:**

Выполненное домашнее задание представляется преподавателю в рабочей тетради, индивидуальная работа выполняется на отдельном двойном листе в клетку, самостоятельная работа выполняется в тетради для практических работ.

**Критерии оценивания:**

«2» - 0-2 задачи

«3» - 3 задачи

«4» - 4 задачи

«5» - 5 задач

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №29** по теме 9 (Аудиторная самостоятельная работа).
**Название:** Решение физических задач с помощью определённого интеграла.

**Цель практического занятия:**

– Обобщение теоретического и практического материала по применению физического смысла определённого интеграла, применению его при вычислении пути, пройденного телом.
– Развитие логического мышления, навыков самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.
– Формирование компетенций ОК 1-10.

Требования к предметным результатам освоения учебной дисциплины в соответствии с ФГОС СООдолжны отражать:

– сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа.

**Время выполнения:** 4академических часа

**Оборудование:**

56. Таблицы устного счёта.
57. Таблицы устного счёта.
58. Таблица с формулами интегрирования.
59. Приборы (линейка).
60. Ручка, карандаш.
61. Рабочая тетрадь, тетрадь для практических работ.

**Содержание работы, алгоритм выполнения:**

Теория

Физический смысл производной: Скорость есть производная от пути. $V = S'$.

Физический смысл определённого интеграла: Путь есть интеграл от скорости по времени:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} V dt$$

Пример. Тело движется прямолинейно и его скорость задаётся формулой $V = 6t^2 - 4t - 2$. Определите путь, пройденный этим телом за 3 секунды, за третью секунду.

Решение:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} V dt$$

$$S_1 = \int_0^3 (6t^2 - 4t - 2)dt = (2t^3 - 2t^2 - 2t)\Big|_0^3 = (54 - 18 - 6) - 0 = 30 \ м$$

$$S_2 = \int_2^3 (6t^2 - 4t - 2)dt = (2t^3 - 2t^2 - 2t)\Big|_2^3 = 30 - 4 = 26 \ м$$

Пример. Определите путь тела от начала движения до остановки, если его скорость определяется формулой $V = 24t - 6t^2$.

Решение:

Если тело остановилось, то его скорость $V = 0$.

$V = 0$

$24t - 6t^2 = 0$

$6t(4 - t) = 0$

$t_1 = 0 \quad t_2 = 4c$

$$S = \int_0^4 (24t - 6t^2)dt = (12t^2 - 2t^3)\Big|_0^4 = (12 \cdot 16 - 2 \cdot 64) - 0 = 192 - 128 = 64 \ м$$

Задание к практической работе

1. Тело движется прямолинейно с $V(t) = 3 + 3t^2$ (м/с). Найдите путь, пройденный телом за первые 5с от начала движения.
2. Найдите путь, пройденный телом за 4-ю секунду, если скорость его прямолинейного движения изменяется по закону: $V(t) = 3t^2 - 2t - 3$ (м/с).
3. Тело движется прямолинейно и его скорость задаётся формулой $V = 6t^2 - 4t - 2$. Определите путь, пройденный этим телом за 3 секунды, за третью секунду.
4. Скорость тела равна $12t - 3t^2$ (м/с). Определите путь, пройденный телом от начала движения до остановки.
5. Определите путь тела от начала движения до остановки, если его скорость определяется формулой $V = 24t - 6t^2$.
6. Тело брошено вертикально вверх с $V(t) = 49 - 9{,}8t$ (м/с). Найдите наибольшую высоту его подъёма.
7. Два тела одновременно начали прямолинейное движение из некоторой точки в одном направлении с $V_1 = 6t^2 + 4t$ (м/с) и $V_2 = 4t$ (м/с). Через сколько секунд расстояние между ними будет равно 250м?

**Требования к отчёту по практической работе:**

Выполненное домашнее задание представляется преподавателю в рабочей тетради, индивидуальная работа выполняется на отдельном двойном листе в клетку, самостоятельная работа выполняется в тетради для практических работ.

**Критерии оценивания:**

«2» - 0-2 задачи

«3» - 3 задачи

«4» - 4 задачи

«5» - 5 задач

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 30; № 33** по теме 10 (Аудиторная самостоятельная работа).

**Название:** Решение практических задач с использованием многогранников. Различные виды многогранников. Их изображения.

**Цель практического занятия:**

– Обобщение теоретического и практического материала по решению стереометрических задач с использованием многогранников: кубов, параллелепипедов, пирамид и призм.
– Развитие логического мышления, навыков самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.
– Формирование компетенций ОК 1-10.

Требования к предметным результатам освоения учебной дисциплины в соответствии с ФГОС СООдолжны отражать:

– владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;
– владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.

**Время выполнения:** бакадемических часа.

**Оборудование:**

62. Таблицы устного счёта.
63. Приборы (линейка, циркуль).
64. Ручка, карандаш.
65. Рабочая тетрадь, тетрадь для практических работ.

**Содержание работы, алгоритм выполнения:**

<u>Теория</u>

**Многогранник**

В стереометрии изучаются фигуры в пространстве, называемые телами. Наглядно (геометрическое) тело надо представлять себе как часть пространства, занятую физическим телом и ограниченную поверхностью.

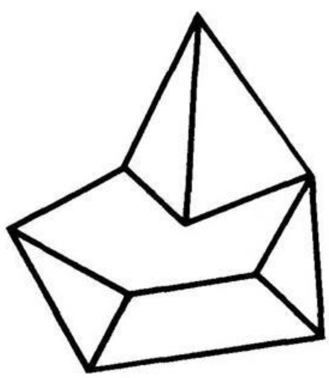
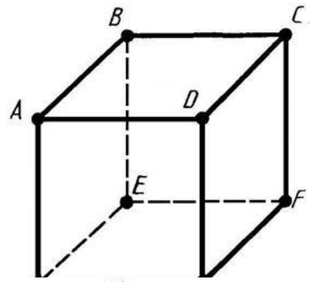


*рис. 4*

Многогранник — это такое тело, поверхность которого состоит из конечного числа плоских многоугольников. Многогранник называется выпуклым, если он расположен по одну сторону плоскости каждого плоского многоугольника на его поверхности. Общая часть такой плоскости и поверхности выпуклого многогранника называется гранью. Грани выпуклого многогранника являются плоскими выпуклыми многоугольниками. Стороны граней называются ребрами многогранника, а вершины — вершинами многогранника.

Поясним сказанное на примере куба. Куб есть выпуклый многогранник. Его поверхность состоит из шести квадратов: ABCD, BEFC, .... Они являются его гранями. Ребрами куба являются стороны этих квадратов: AB, BC, BE,... . Вершинами куба являются вершины квадратов: A, B, C, D, E, .... У куба шесть граней, двенадцать ребер и восемь вершин.




**Призма**

Призмой называется многогранник, который состоит из двух плоских многоугольников, лежащих в разных плоскостях и совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих многоугольников. Многоугольники называются основаниями призмы, а отрезки, соединяющие соответствующие вершины,— боковыми ребрами призмы.

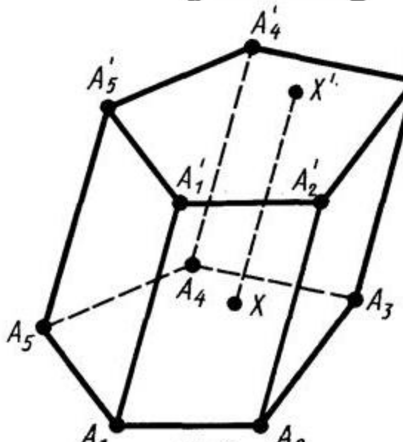


рис. 6

Так как параллельный перенос есть движение, то основания призмы равны.

Так как при параллельном переносе плоскость переходит в параллельную плоскость (или в себя), то у призмы основания лежат в параллельных плоскостях.

Так как при параллельном переносе точки смещаются по параллельным (или совпадающим) прямым на одно и то же расстояние, то у призмы боковые ребра параллельны и равны.

Поверхность призмы состоит из оснований и боковой поверхности. Боковая поверхность состоит из параллелограммов. У каждого из этих параллелограммов две стороны являются соответствующими сторонами оснований, а две другие — соседними боковыми ребрами.

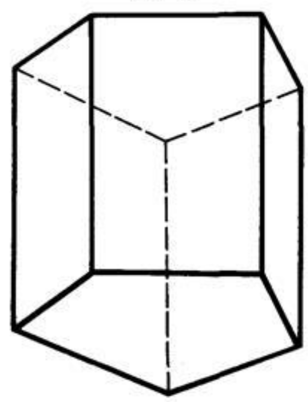
Высотой призмы называется расстояние между плоскостями её оснований.

Отрезок, соединяющий две вершины призмы, не принадлежащие одной грани, называется диагональю призмы.

Призма называется n-угольной, если ее основания — n-угольники.

В дальнейшем мы будем рассматривать только призмы, у которых основания — выпуклые многоугольники. Такие призмы являются выпуклыми многогранниками.

рис. 11



**Прямая призма**

Призма называется прямой, если ее боковые ребра перпендикулярны основаниям. В противном случае призма называется наклонной.

У прямой призмы боковые грани являются прямоугольниками. При изображении прямой призмы на рисунке боковые ребра обычно проводят вертикально.

Прямая призма называется правильной, если ее основания являются правильными многоугольниками.

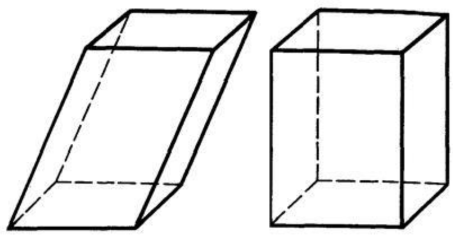
Боковой поверхностью призмы (точнее, площадью боковой поверхности) называется сумма площадей боковых граней. Полная поверхность призмы равна сумме боковой поверхности и площадей оснований.

***Боковая поверхность прямой призмы равна произведению периметра основания на высоту призмы, т. е. на длину бокового ребра.***

**Параллелепипед**

Если основание призмы есть параллелограмм, то она называется параллелепипедом. У параллелепипеда все грани — параллелограммы.

На рисунке, а изображенынаклонныйи прямой параллелепипеды.



Грани параллелепипеда, не имеющие общих вершин, называются противолежащими.

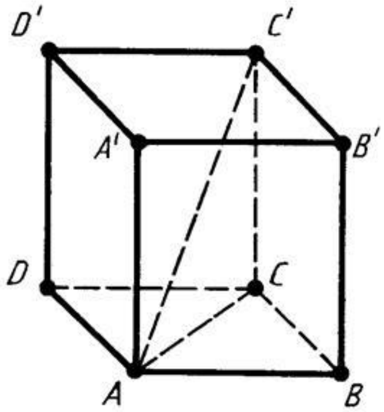
***У параллелепипеда противолежащие грани параллельны, и равны.***

***Диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся пополам.***

Т***очка пересечения диагоналей параллелепипеда является его центром симметрий.***

**Прямоугольный параллелепипед**

Прямой параллелепипед, у которого основанием является прямоугольник, называется прямоугольным параллелепипедом. У прямоугольного параллелепипеда все грани — прямоугольники.

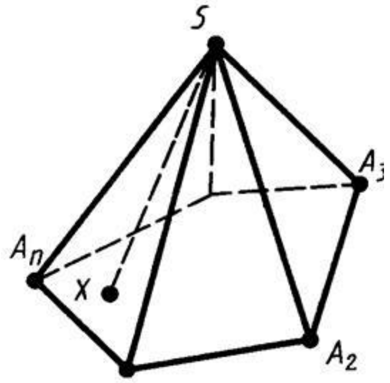



Прямоугольный параллелепипед, у которого все ребра равны, называется кубом.

Длины непараллельных ребер прямоугольного параллелепипеда называются его линейными размерами (измерениями). У прямоугольного параллелепипеда три измерения.

***В прямоугольном параллелепипеде квадрат любой диагонали равен сумме квадратов трех его измерений.***

**Пирамида**




*Пирамидой* называется многогранник, который состоит из плоского многоугольника — *основания пирамиды,* точки, не лежащей в плоскости основания,— *вершины пирамиды* и всех отрезков, соединяющих вершину пирамиды с точками основания.

Отрезки, соединяющие вершину пирамиды с вершинами основания, называются *боковыми ребрами.*

Поверхность пирамиды состоит из основания и боковых граней. Каждая боковая грань — треугольник. Одной из его вершин является вершина пирамиды, а противолежащей стороной – сторона основания пирамиды.

*Высотой пирамиды,* называется перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на плоскость основания.

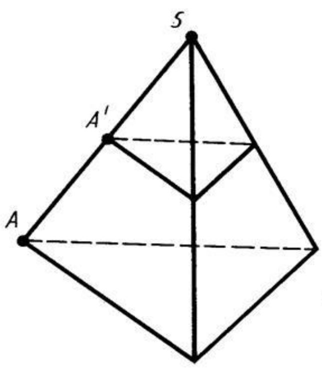
Пирамида называется n-угольной, если ее основанием является n-угольник. Треугольная пирамида называется также *тетраэдром.*

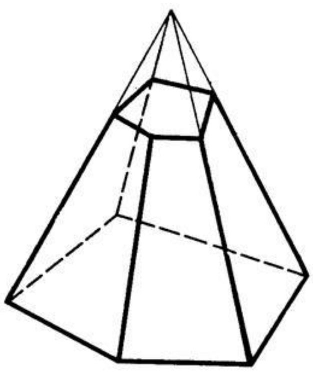
У пирамиды, изображенной на рисунке, основание — многоугольник $A_1 A_2 \ldots A_n$ , вершина пирамиды – S, боковые ребра — $SA_1$ , $S A_2$ , …, $S A_n$ , боковые грани – $DSA_1 A_2$ , $DSA_2 A_3$ , ... .

В дальнейшем мы будем рассматривать только пирамиды с выпуклым многоугольником в основании. Такие пирамиды являются выпуклыми многогранниками.

**Усеченная пирамида**

***Плоскость, пересекающая пирамиду и параллельная ее основанию, отсекает подобную пирамиду.***



Плоскость, параллельная плоскости основания пирамиды и пересекающая ее боковые ребра, отсекает от нее подобную пирамиду. Другая часть представляет собой многогранник, который называется усеченной пирамидой. Грани усеченной пирамиды, лежащие в параллельных плоскостях, называются основаниями; остальные грани называются *боковыми гранями.* Основания усеченной пирамиды представляют собой подобные (более того, гомотетичные) многоугольники, боковые грани — трапеции.

**Правильная пирамида**

Пирамида называется правильной, если ее основанием является правильный многоугольник, а основание высоты совпадает с центром этого многоугольника. Осью правильной пирамиды называется прямая, содержащая ее высоту. Очевидно, у правильной пирамиды боковые ребра равны; следовательно, боковые грани — равные равнобедренные треугольники.

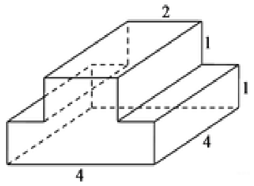
Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из её вершины, называется апофемой. Боковой поверхностью пирамиды называется сумма площадей ее боковых граней.

***Боковая поверхность правильной пирамиды равна произведению полупериметра основания на апофему.***

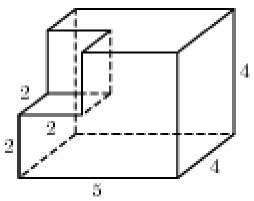
Задание к практической работе

1. Площадь грани прямоугольного параллелепипеда равна 16. Ребро, перпендикулярное этой грани, равно 5. Найдите объем параллелепипеда.

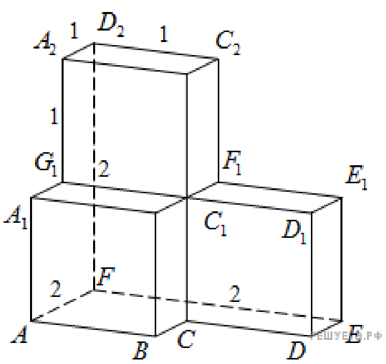
2. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



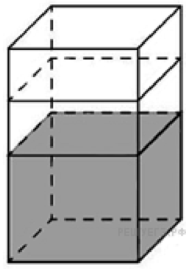

3. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



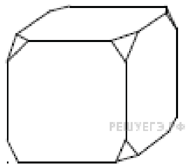

4. Найдите квадрат расстояния между вершинами D и $C_2$ многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.




5. В бак, имеющий форму правильной четырёхугольной призмы со стороной основания, равной 10 см, налита жидкость. Чтобы измерить объём детали сложной формы, её полностью погружают в эту жидкость. Найдите объём детали, если уровень жидкости в баке поднялся на 30 см. Ответ дайте в кубических сантиметрах.

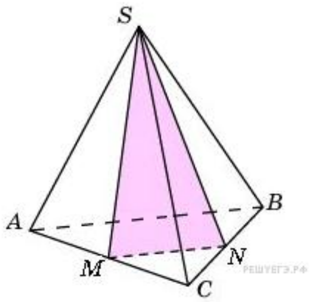


6. От деревянного кубика отпилили все его вершины (см. рисунок). Сколько вершин у получившегося многогранника (невидимые рёбра на рисунке не изображены)?



7. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник, катеты которого равны 13 и 4. Найдите объём призмы, если её высота равна 5.

8. От треугольной пирамиды, объем которой равен 12, отсечена треугольная пирамида плоскостью, проходящей через вершину пирамиды и среднюю линию основания. Найдите объем отсеченной треугольной пирамиды.




**Требования к отчёту по практической работе:**

Выполненное домашнее задание представляется преподавателю в рабочей тетради, индивидуальная работа выполняется на отдельном двойном листе в клетку, самостоятельная работа выполняется в тетради для практических работ.

**Критерии оценивания:**

«2» - 0-2 задачи

«3» - 3 задачи

«4» - 4 задачи

«5» - 5 задач

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 31 - № 32** по теме 10 (Аудиторная самостоятельная работа).

**Название:** Решение практических задач с использованием круглых тел.Вычисление площадей и объёмов.

***Цель практического занятия:***

– Обобщение теоретического и практического материала по решению стереометрических задач с использованием круглых тел: цилиндров, конусов, шаров и сфер.

– Развитие логического мышления, навыков самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.

– Формирование компетенций ОК 1-10.

Требования к предметным результатам освоения учебной дисциплины в соответствии с ФГОС СООдолжны отражать:

– владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

– владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.

**Время выполнения:** 8 академических часов.

**Оборудование:**

66. Таблицы устного счёта.
67. Приборы (линейка, циркуль).
68. Ручка, карандаш.
69. Рабочая тетрадь, тетрадь для практических работ.

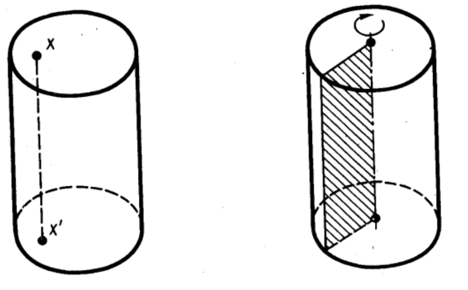
**Содержание работы, алгоритм выполнения:**

<u>Теория</u>

**Тела вращения**

**Цилиндр**

Цилиндром называется тело, которое состоит из двух кругов, не лежащих в одной плоскости и совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих кругов.




Круги называются основаниями цилиндра, а отрезки, соединяющими цилиндра.

Так как параллельный перенос есть движение, то основания цилиндра равны.

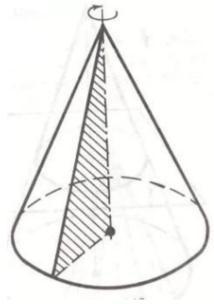
Так как при параллельном переносе плоскость переходит в параллельную плоскость (или в себя), то у цилиндра основания лежат в параллельных плоскостях. Так как при параллельном переносе точки смещаются по параллельным (или совпадающим) прямым на одно и то же расстояние, то у цилиндра образующие параллельны и равны.

Поверхность цилиндра состоит из оснований и боковой поверхности. Боковая поверхность составлена из образующих.

Цилиндр называется прямым, если его образующие перпендикулярны плоскостям основания.

Радиусом цилиндра называется радиус его основания. Высотой цилиндра называется расстояние между плоскостями его оснований. Осью цилиндра называется прямая, проходящая через центры оснований. Она параллельна образующим.

**Конус**



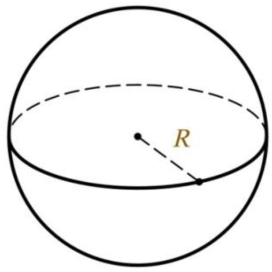
Конусом называется тело, которое состоит из круга - основания конуса, точки, не лежащей в плоскости этого круга, - вершины конуса и всех отрезков, соединяющих вершину конуса с точками основания.

Отрезки, соединяющие вершину конуса с точками окружности основания, называются образующими конуса. Поверхность конуса состоит из основания и боковой поверхности.

Конус называется прямым, если прямая, соединяющая вершину конуса с центром основания перпендикулярна основанию.

Высотой конуса называется перпендикуляр, опущенный из его вершины на плоскость основания. У прямого конуса основание высоты совпадает с центром основания. Осью прямого кругового конуса называется прямая, содержащая его высоту.

**Шар**




Шаром называется тело, которое состоит из всех точек пространства, находящихся на расстоянии, не большем данного, от данной точки. Эта точка называется центром шара, а данное расстояние радиусом шара.

Граница шара называется шаровой поверхностью, или сферой.

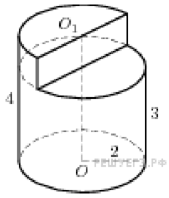
Таким образом, точками сферы являются все точки шара, которые удалены от центра на расстояние, равное радиусу. Любой отрезок, соединяющий центр шара с точкой шаровой поверхности, также называется радиусом.

Отрезок, соединяющий две точки шаровой поверхности и проходящий через центр шара, называется диаметром. Концы любого диаметра называются диаметрально противоположными точками шара.

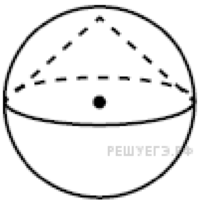
Шар, так же как цилиндр и конус, является телом вращения. Он получается при вращении полукруга вокруг его диаметра как оси.

<u>Задание к практической работе</u>

1. Площадь осевого сечения цилиндра равна 4. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
2. Найдите объем части цилиндра, изображенной на рисунке.




3. Высота конуса равна 15, а диаметр основания – 16. Найдите образующую конуса.
4. Цилиндр описан около шара. Объем цилиндра равен 102. Найдите объем шара.
5. Радиус основания конуса равен 3, высота равна 4. Найдите площадь полной поверхности конуса.
6. Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы совпадает с центром основания конуса. Радиус сферы равен $10\sqrt{2}.$ Найдите образующую конуса.



7. Даны две кружки цилиндрической формы. Первая кружка в полтора раза ниже второй, а вторая втрое у́же первой. Во сколько раз объём первой кружки больше объёма второй?
8. Даны два цилиндра. Радиус основания и высота первого равны соответственно 6 и 14, а второго — 7 и 3. Во сколько раз площадь боковой поверхности первого цилиндра больше площади боковой поверхности второго?
9. Даны два шара с радиусами 2 и 1. Во сколько раз объём первого шара больше объёма второго?
10. Даны два шара с радиусами 8 и 4. Во сколько раз объём большего шара больше объёма меньшего?

**Требования к отчёту по практической работе:**

Выполненное домашнее задание представляется преподавателю в рабочей тетради, индивидуальная работа выполняется на отдельном двойном листе в клетку, самостоятельная работа выполняется в тетради для практических работ.

**Критерии оценивания:**

«2» - 0-2 задачи

«3» - 3 задачи

«4» - 4 задачи

«5» - 5 задач

**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 34** по теме 11 (Аудиторная самостоятельная работа).
**Название:** Решение статистических и вероятностных задач.

**Цель практического занятия:**

– Обобщение теоретического и практического материала по решению практических

статистических и вероятностных задач.
– Развитие логического мышления, навыков самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.
– Формирование компетенций ОК 1-10.

Требования к предметным результатам освоения учебной дисциплины в соответствии с ФГОС СООдолжны отражать:
– сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин.

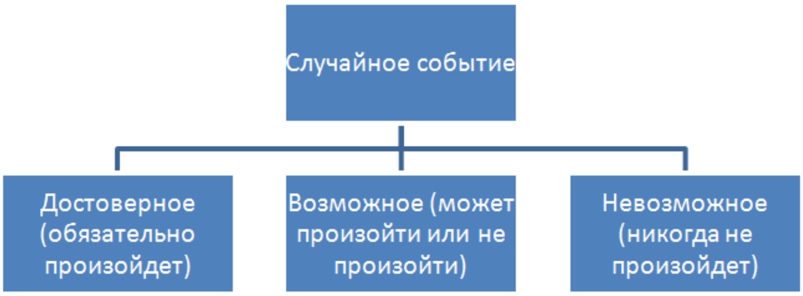
**Время выполнения:**8 академических часов.

**Оборудование:**

70. Таблицы устного счёта.
71. Ручка, карандаш.
72. Рабочая тетрадь, тетрадь для практических работ.

**Содержание работы, алгоритм выполнения:**

<u>Теория</u>
Определение. Любое действие, имеющее несколько исходов, называется испытанием.
Определение. Результат испытания называется случайным событием.



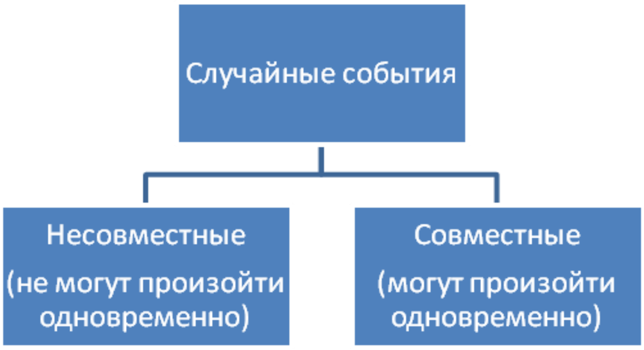

Определение 3. Вероятность наступления события А равна отношению числа исходов, благоприятствующих наступлению события А к числу всех исходов.

$$P(A)=\frac{m}{n}$$

Проще: найти вероятность значит ответить на вопрос: сколько из скольки?
Пример. Какова вероятность, что при бросании кубика выпадет 3 очка?
Решение:
Событие А – при бросании кубика выпало 3 очка.
m=1 (одна грань содержит 3 очка)
n=6 (всего у кубика 6 граней

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{1}{6}\approx 17\%$$

Свойства вероятности:
– вероятность достоверного события равна 1;
– вероятность невозможного события равна 0;
– вероятность возможного события находится в промежутке $(0;1)$.




Теорема. (сложение вероятностей)

Вероятность одновременного появления двух <u>несовместных</u> событий равна сумме вероятностей этих событий

A, B – несовместные события

P(A+B)=P(A)+P(B)

Пример: В мешок сложили 5 белых, 3 чёрных, 2 полосатых и 7 шаров в клеточку. Какова вероятность извлечь из мешка одноцветный шар?

Решение:

Всего в мешке 17 шаров

Событие A – извлекли белый шар $P(A)=\frac{5}{17}$

Событие B – извлекли чёрный шар $P(B)=\frac{3}{17}$

A и B – несовместные события

Событие C – извлекли одноцветный шар

C=A+B

P(C)=P(A)+P(B) $=\frac{5}{17}+\frac{3}{17}=\frac{8}{17}\approx 47\%$

Теорема. (сложение вероятностей)

Вероятность одновременного появления двух <u>совместных</u> событий равна сумме вероятностей этих событий минус вероятность одновременного появления этих событий

A, B – совместные события

P(A+B)=P(A)+P(B) - P(AB)

Пример. В спортивной школе 12 человек из 30-ти занимаются баскетболом, 15 – волейболом, 5 – волейболом и баскетболом и остальные играют в шахматы. Какова вероятность того, что выбранный наудачу спортсмен занимается баскетболом или волейболом? (рис. 1)


Рис. 1

Решение:

Событие A – человек занимается баскетболом $P(A)=\frac{12}{30}$

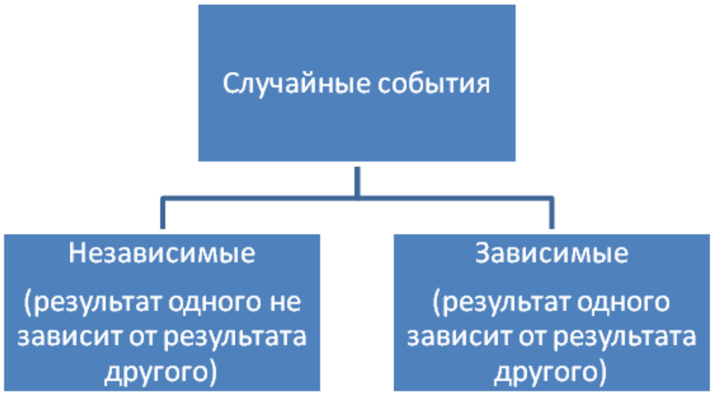
Событие B – человек занимается волейболом $P(B)=\frac{15}{30}$

A и B – совместные события

Событие C – человек занимается баскетболом или волейболом

C=A+B

P(C)=P(A+B)=P(A)+P(B) - P(AB) $=\frac{12}{30}+\frac{15}{30}-\frac{5}{30}=\frac{22}{30}=\frac{11}{15}\approx 73\%$




Теорема. (умножение вероятностей)
Вероятность одновременного появления двух <u>независимых</u> событий равна произведению вероятностей этих событий
A, B – независимые события
$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$

Пример. Игральный кубик бросают 3 раза. Какова вероятность того, что 5 очков выпадет 3 раза подряд?
Решение:
Событие А – при бросании кубика выпало 5 очков
Результат каждого бросания не зависит от предыдущего результата

$$P(A \cdot A \cdot A) = P(A)^3 = \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216} \approx 0{,}05\%$$

Пример. Игральный кубик бросают 3 раза. Какова вероятность того, что 5 очков не выпадет ни разу?
Решение:
Событие А – при бросании кубика не выпало 5 очков
Результат каждого бросания не зависит от предыдущего результата

$$P(A \cdot A \cdot A) = P(A)^3 = \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216} \approx 57\%$$

Типовые задачи
Пример. (тема: элементы комбинаторики). Известно, что пароль состоит из шести разных букв: «а», «б», «в», «г», «д», «е». Неизвестна только их последовательность. Сколько существует различных вариантов составления такого пароля?
Решение:
Количество вариантов равно количеству перестановок
$P_6 = 6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$

Пример. (тема: определение вероятности). В урне 36 шаров с номерами 1-36. Какова вероятность вытащить шар с однозначным номером?
Решение:
Событие А: вытащили шар с однозначным номером
Благоприятных исходов: m=9 (шары с номерами 1-9)
Всего исходов: n=36
Вероятность $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = 25\%$

Пример. (тема: теоремы сложения и умножения вероятностей). Три стрелка попадают в мишень с вероятностями 0,85; 0,8 и 0,7. Какова вероятность того, что все трое попадут? Ни один не попадёт?

Только один попадёт? Только двое попадут? Хотя бы один попадёт?
Решение:
$P(A)=0{,}85 \qquad P(B)=0{,}8 \qquad P(C)=0{,}7$
$P(\overline{A})=0{,}15 \qquad P(\overline{B})=0{,}2 \qquad P(\overline{C})=0{,}3$
Вероятность того, что все трое попадут
$P(A\cdot B\cdot C)=0{,}85\cdot 0{,}8\cdot 0{,}7=0{,}476\approx 47{,}6\%$
Вероятность того, что ни один не попадёт
$P(\overline{A}\cdot \overline{B}\cdot \overline{C})=0{,}15\cdot 0{,}2\cdot 0{,}3=0{,}009\approx 0{,}9\%$
Вероятность того, что только один попадёт
$P=P(A\overline{BC})+P(\overline{A}B\overline{C})+P(\overline{AB}C)=0{,}85\cdot 0{,}2\cdot 0{,}3+0{,}15\cdot 0{,}8\cdot 0{,}3+0{,}15\cdot 0{,}2\cdot 0{,}7=0{,}108\approx 10{,}8\%$
Вероятность того, что только двое попадут
$P=P(AB\overline{C})+P(A\overline{B}C)+P(\overline{A}BC)=0{,}85\cdot 0{,}8\cdot 0{,}3+0{,}85\cdot 0{,}2\cdot 0{,}7+0{,}15\cdot 0{,}8\cdot 0{,}7=0{,}407\approx 40{,}7\%$
Вероятность того, что хотя бы один попадёт
$P=1-P(\overline{A}\cdot \overline{B}\cdot \overline{C})\approx 1-0{,}009\approx 0{,}991\approx 99{,}1\%$

Определение. Объём выборки равен сумме всех частот $V=n_1+n_2+...+n_i$

Определение. Математическое ожидание равно сумме произведений значений на их частоту $M_x=x_1\cdot n_1+x_2\cdot n_2+...+x_i\cdot n_i$

Определение. Выборочное среднее равно частному математического ожидания и объёма выборки $S_x=\dfrac{M_x}{V}$

Пример. (тема: статистические характеристики). При проведении испытаний результат 3 получился 3 раза, 3 – 2 раза, 4 – 1 раз и 1 – 4 раза. Составьте таблицу значений выборки. Вычислите объём выборки, математическое ожидание и выборочное среднее.
Решение:
Таблица значений выборки:

| $x_i$ | 2 | 3 | 4 | 1 |
|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 3 | 2 | 1 | 4 |

Объём выборки: $V=3+2+1+4=10$

Математическое ожидание: $M_x=2\cdot 3+3\cdot 2+4\cdot 1+1\cdot 4=20$

Выборочное среднее: $S_x=\dfrac{20}{10}=2$

Пример. (тема: статистические характеристики). При проведении испытаний результат 15 получился 5 раз, 10 – 4 раза, 12 – 6 раз и 13 – 10 раз. Составьте таблицу значений выборки. Вычислите объём выборки, математическое ожидание и выборочное среднее.
Решение:
Таблица значений выборки:

| $x_i$ | 15 | 10 | 12 | 13 |
|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 5 | 4 | 6 | 10 |

Объём выборки: $V=5+4+6+10=25$

Математическое ожидание: $M_x=15\cdot 5+10\cdot 4+12\cdot 6+13\cdot 10=317$

Выборочное среднее: $S_x=\dfrac{317}{25}=12{,}68$

<u>Задание к практической работе</u>

1. В ящике находятся 70 лампочек. 14 из них – перегоревшие. Какова вероятность взять наугад рабочую лампочку?
2. В урне 10 шаров с номерами с 1 по 10. Какова вероятность вынуть шар с номером, большим 4?

3. Имеется 2 ящика с деталями. Вероятность вынуть наугад бракованную деталь из первого

ящика , из второго - . Наугад вынимают по одной детали из каждого ящика. Каковы вероятности того, что:

- обе бракованные;
- 1-ая – рабочая, 2-ая – бракованная;
- 1-ая – бракованная, 2-ая – рабочая;
- обе рабочие;
- хотя бы одна из них рабочая?

4. Сколько вариантов распределения мест между пятью командами существует?
5. По таблице вычислите объём выборки, математическое ожидание и выборочное среднее.

| X | 2 | 3 | 6 | 13 |
|---|---|---|---|---|
| n | 2 | 1 | 4 | 3 |

**Требования к отчёту по практической работе:**

Выполненное домашнее задание представляется преподавателю в рабочей тетради, индивидуальная работа выполняется на отдельном двойном листе в клетку, самостоятельная работа выполняется в тетради для практических работ.

**Критерии оценивания:**

«2» - 0-2 задачи

«3» - 3 задачи

«4» - 4 задачи

«5» - 5 задач

**4.1.2. ПРОЕКТ**

В форме индивидуального проекта

Темы:

1. Исследование уравнений и неравенств с параметром.
2. Геометрия многогранников. Великие тайны пирамид.
3. Способы решения систем линейных уравнений.
4. Взаимосвязь архитектуры и математики в симметрии.
5. Геометрические формы в искусстве.
6. Различные формы записи комплексного числа.
7. Правильные многогранники в науке и повседневной жизни
8. Геометрия в архитектуре зданий и сооружений
9. Многоликая симметрия в окружающем нас мире
10. Применение комплексных чисел в решении квадратных уравнений.
11. Симметрия в природе и архитектуре.
12. Природа и история комплексных чисел.
13. Математические игры и головоломки
14. Множества и действия над ними.
15. Математики и их открытия в годы Великой Отечественной войны
16. Алгоритмы решения показательных уравнений и неравенств.
17. История возникновения математики на Руси

18. Математические тайны Древнего Египта
19. Виды уравнений и способы их решения.
20. Неравенства и методы их решения
21. Решение систем линейных уравнений с помощью определителей. Правило Крамера.
22. Удивительные и неповторимые фракталы.
23. Фракталы и изобразительное искусство.
24. Основные методы построения сечений многогранников
25. Правильные многогранники.

## 4.2. ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

**П Е Р Е Ч Е Н Ь**

**вопросов для подготовки к дифференцированному зачету по общеобразовательной учебной дисциплине**

**для обучающихся по специальностям:**

**(1 курс)**

- 26.02.01 «Эксплуатация внутренних водных путей» базовой подготовки;
- 26.02.03 «Судовождение» углубленной подготовки;
- 26.02.06 «Эксплуатация судового электрооборудования и средств автоматики» базовой подготовки;
- 23.02.03 «Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта» базовой подготовки;
- 09.02.04 «Информационные системы» (по отраслям) базовой подготовки

**Перечень вопросов:**

1. **Решение показательных уравнений.**
2. **Решение показательных неравенств.**
3. **Решение логарифмических уравнений.**
4. **Решение логарифмических неравенств.**

Промежуточная аттестация состоит из одного этапа: письменная проверка.

## <u>КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА</u>

## <u>1 семестр</u>

**Контрольная работа**

**Вариант 1**

1. Вычислить:

а) $3^{2\log_3 7}$

б) $\log_5 22 - \log_5 11 - \log_5 10$

в) $36^{\frac{1}{2}} \cdot 16^{\frac{3}{4}} \cdot 64^{-\frac{1}{3}} \cdot 27^{\frac{1}{3}}$

2. Решите уравнение:

а) $2^x - 2^{x-2} = 6$

б) $16^{2x-1} = 8^{x+2}$

в) $\lg 2x + \lg(5x+15) = 2$

г) $\log_{\frac{1}{3}}(6x-8) = -2$

3. Решить неравенства:

а) $4^{x^2-3x+3} > 4$

б) $\log_{0,3}(2x-3) \le \log_{0,\dot{3}} 3$

**Контрольная работа**
**Вариант 2**

1. Вычислить:

а) $5^{3\log_5 3}$

б) $\log_5 8 - \log_5 2 + \log_5 \frac{25}{4}$

в) $32^2 \cdot 4^{-4} \cdot (125)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}$

2. Решите уравнение:

а) $4^{x-3} + 2 \cdot 4^{x-1} = 132$

б) $27^{x-2} = 9^{x+1}$

в) $\log_4(x^2 - x) = 2 - \log_4 8$

г) $\log_{\frac{1}{2}}(8x-6) = -3$

3. Решить неравенства:

а) $5^{x^2+x-3} \leq \frac{1}{5}$

б) $\log_{0,5}(2x-2) \leq \log_{0,5} 12$

**П Е Р Е Ч Е Н Ь**
**вопросов для подготовки к экзамену по общеобразовательной учебной дисциплине для обучающихся**
**(1 курс)**

1. Радианное измерение углов. Единичная окружность.
2. Определения синуса и косинуса угла. Тождество, связывающее эти функции.
3. Определения тангенса и котангенса угла. Тождества, связывающие эти функции.
4. Знаки тригонометрических функций в четвертях.
5. Четность/нечетность тригонометрических функций.
6. Периодичность тригонометрических функций.
7. Свойства и график функции y=sinx.
8. Свойства и график функции y=cosx.
9. Свойства и график функции y=tgx.
10. Свойства и график функции y=ctgx.
11. Решение тригонометрических уравнений вида sinx=a.
12. Решение тригонометрических уравнений вида cosx=a.
13. Решение тригонометрических уравнений вида tgx=a.
14. Решение тригонометрических уравнений вида ctgx=a.
15. Производная. Её геометрический смысл.
16. Производная. Её механический смысл.
17. Исследование функции на экстремум с помощью производной.
18. Производная алгебраической суммы двух функций.
19. Производная произведения двух функций.
20. Производная частного двух функций.
21. Производные тригонометрических функций.
22. Производная степенной функции.
23. Производная показательной функции.
24. Производная логарифмической функции.
25. Первообразная. Теорема о первообразной.
26. Неопределенный интеграл и его свойства.

27. Определенный интеграл и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница.
28. Геометрический смысл определенного интеграла.
29. Параллелепипед. Определение, свойства, виды, объём и площадь поверхности.
30. Пирамида. Определение, свойства, виды, объём и площадь поверхности.
31. Призма. Определение, свойства, виды, объём и площадь поверхности.
32. Цилиндр. Определение, свойства, виды, объём и площадь поверхности.
33. Конус. Определение, свойства, виды, объём и площадь поверхности.
34. Шар и сфера. Определения, свойства. Объём шара. Площадь поверхности сферы.

Промежуточная аттестация состоит из одного этапа: письменная проверка.

## ЗАДАНИЯ ДЛЯ ЭКЗАМЕНА

Экзаменационный билет № 1

- Найдите точки экстремума функции $y = x^3 - 12x + 2$
- Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 + 1$ и $y = 2$.
- Радиус основания цилиндра равен 5 см, а его образующая 9 см. Найдите площадь осевого сечения цилиндра.
- В прямом параллелепипеде стороны основания 6 м и 8 м и образуют угол 30°, боковое ребро равно 5 м. Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.

Экзаменационный билет № 2

1. Найдите точки экстремума функции $y = 6x - 2x^3 - 3$
2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 2x - x^2$ и $\mathrm{y} = \mathrm{x}$.
3. Прямоугольник, стороны которого равны 6 см и 4 см, вращается около меньшей стороны. Найдите площадь полной поверхности тела вращения.
4. Найдите площадь полной поверхности правильной четырехугольной призмой, если ее диагональ равна 14 см, а диагональ боковой грани равна 10 см.

Экзаменационный билет № 3

1. Найдите точки экстремума функции $y = 3x^2 + 2x^3 + 4$
2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2$ и $y = 2x - x^2$.
3. Высота цилиндра 8см. Радиус его основания 5см. Найдите диагональ и площадь осевого сечения цилиндра.
4. Высота прямой призмы равна 10 см, а ее основанием является прямоугольник, стороны которого равны 6 см и 8 см. Найдите площадь диагонального сечения призмы.

Экзаменационный билет № 4

1. Найдите точки экстремума функции $y = 3x + 5 - x^3$
2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2$ и $y = 2x$.
3. Образующая конуса наклонена к плоскости основания под углом 30°, а его высота равна 12 см. Найдите площадь боковой поверхности конуса.
4. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания 5 см и 12 см, а диагональ параллелепипеда наклонена к плоскости основания под углом 45°. Найти высоту параллелепипеда.

Экзаменационный билет № 5

- Найдите точки экстремума функции $y = 2x^3 - 6x + 4$
- Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 4x - x^2$ и $y = x$.
- Образующая конуса равна 6 см, а угол при вершине осевого сечения равна 60°. Найдите объем конуса.
- Длины ребер прямоугольного параллелепипеда равны 4 см, 8 см и 24 см. Найдите длины диагоналей параллелепипеда и площадь полной поверхности.

Экзаменационный билет № 6

1. Найдите точки экстремума функции $y = x^3 - 3x^2 - 1$
2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2$ и $y = 2x + 8$.
3. Образующая конуса равна 6см., а угол между образующей и плоскостью основания равен 60°. Найдите объем конуса.
4. В основании прямого параллелепипеда лежит ромб, диагонали которого равны 12 см и 16 см. Высота параллелепипеда – 8 см. Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.

Экзаменационный билет № 7

1. Найдите точки экстремума функции $y = 6x^2 - x^3 - 8$
2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2$ и $y = 3x$.
3. Осевым сечением конуса является равнобедренный треугольник с основанием 12 см. Образующая конуса наклонена к плоскости основания под углом 45°. Найдите объем конуса.
4. В прямом параллелепипеде стороны основания равны $2\sqrt{2}$ см и 5 см и образуют угол 45°. Меньшая диагональ параллелепипеда равна 7 см. Найдите объем параллелепипеда.

Экзаменационный билет № 8

1. Найдите точки экстремума функции $y = 3x^2 + x^3 - 2$
2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2$ и $y = 5x - 6$.
3. Осевым сечением конуса является треугольник со сторонами 5 см, 5 см, и 8 см. Найдите объем конуса.
4. В правильной четырехугольной пирамиды сторона основания равны 12 см, а апофема боковой грани – 8 см. Найдите боковое ребро пирамиды.

Экзаменационный билет № 9

1. Найдите точки экстремума функции $y = x^3 - 3x^2 + 2$
2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 + 6$ и $y = 7$.
3. Образующая конуса равна 25 см, а радиус основания – 7 см. Найдите объем конуса.
4. Основанием прямого параллелепипеда служит ромб с диагоналями 6 см и 8 см. Диагональ боковой грани равна 13 см. Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.

Экзаменационный билет № 10

- Найдите точки экстремума функции $y = x^3 - 3x - 5$
- Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2$ и $y = 2 - x^2$.
- Осевое сечение цилиндра – квадрат, площадь которого равна 36 см$^2$. Найдите площадь основания и объем цилиндра.
- Основанием пирамиды является параллелограмм, у которого стороны равны 3 см и 7 см, а одна из диагоналей – 6 см. Высота пирамиды, проходящая через точку пересечения диагоналей основания равна 4 см. Найдите боковые ребра пирамиды.

Экзаменационный билет № 11

- Найдите точки экстремума функции $y = 3x - x^3 - 5$
- Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 4 + x$ и $y = x^2 + 2$.
- Осевое сечение цилиндра – квадрат, площадь которого равна 9 см$^2$. Найдите площадь боковой поверхности и объем цилиндра.
- В прямом параллелепипеде стороны основания 8 см и 15 см и образуют угол 60°. Меньшая диагональ параллелепипеда составляет с плоскостью основания угол 30°. Найдите объем параллелепипеда.

Экзаменационный билет № 12

- Найдите точки экстремума функции $y = x^3 - 12x - 5$
- Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 + 1$ и $y = x + 3$.
- Осевое сечение цилиндра – квадрат, площадь которого равна 16 см$^2$. Найдите объем цилиндра.
- В прямом параллелепипеде стороны основания 3 см и 5 см, а одна из диагоналей основания 4 см. Меньшая диагональ параллелепипеда составляет с плоскостью основания угол 60°. Найдите диагонали параллелепипеда.

Экзаменационный билет № 13

1. Найдите точки экстремума функции $y = 7 - x^3 - 3x^2$
2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^3$, $y = 8$ и $x = 0$
3. Радиус основания конуса равен 0,6 м, а образующая – 1 см. Найдите объем конуса.
4. Боковое ребро прямого параллелепипед равно 5 см, стороны основания – 6 см и 8 см, а одна из диагоналей основания равна 12 см. Найдите диагонали параллелепипеда.

Экзаменационный билет № 14

1. Найдите точки экстремума функции $y = 12x^2 - x^3 + 5$
2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x - 2$ и $y = x^2 - 4x + 2$.
3. Радиус основания конуса равен 5 см, а образующая – 13 см. Найдите объем конуса.
4. В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 10 см, а высота пирамиды равна 12 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

Экзаменационный билет № 15

1. Найдите точки экстремума функции $y = 3x^3 - x - 5$
2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 + 4x + 4$, $y = 0$ и $x = 0$.
3. Прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна 17 см, а один из катетов – 8 см, вращается около этого катета. Найдите площадь полной поверхности тела вращения.
4. В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 6 см, а боковое ребро равно 4 см. Найдите объем пирамиды.

Экзаменационный билет № 16

1. Найдите точки экстремума функции $y = x^3 - 6x^2 + 16$
2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = -x^3$, $y = 0$ и $x = -2$.
3. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна $3\sqrt{2}$ см. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
4. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 7 см, а боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом 45°. Найдите объем пирамиды.

Экзаменационный билет № 17

1. Найдите точки экстремума функции $y = x^3 - 3x - 2$
2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 4 - x^2$ и $y = 3$.
3. Прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна 17 см, а один из катетов – 8 см, вращается около этого катета. Найдите площадь полной поверхности тела вращения.
4. В прямом параллелепипеде ребра, выходящие из одной вершины равны 1 см, 2 см и 3 см, причем два меньших ребра образуют угол 60°. Найдите диагонали этого параллелепипеда.

Экзаменационный билет № 18

1. Найдите точки экстремума функции $y = -x^3 + 6x^2 + 7$
2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 2x^2 + 1$ и $y = 3x$.
3. Радиус основания цилиндра равен 5 см, а его образующая 9 см. Найдите площадь осевого сечения цилиндра.
4. В прямом параллелепипеде стороны основания 6 м и 8 м и образуют угол 30°, боковое ребро равно 5 м. Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.

Экзаменационный билет № 19

1. Найдите точки экстремума функции $y = -3x^3 + x - 1$
2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 4 - x^2$ и $y = x + 2$.
3. Прямоугольник, стороны которого равны 6 см и 4 см, вращается около меньшей стороны. Найдите площадь полной поверхности тела вращения.
4. Найдите площадь полной поверхности правильной четырехугольной призмой, если ее диагональ равна 14 см, а диагональ боковой грани равна 10 см.

Экзаменационный билет № 20

1. Найдите точки экстремума функции $y = 12x - x^3 + 10$
2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 9 - x^2$ и $y = -2x + 6$.
3. Высота цилиндра 8 см. Радиус его основания 5 см. Найдите диагональ и площадь осевого сечения цилиндра.
4. Высота прямой призмы равна 10 см, а ее основанием является прямоугольник, стороны которого равны 6 см и 8 см. Найдите площадь диагонального сечения призмы.

Экзаменационный билет № 21

1. Найдите точки экстремума функции $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$
2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 3 - x^2$ и $y = 2$
3. Образующая конуса наклонена к плоскости основания под углом 30°, а его высота равна 12 см. Найдите площадь боковой поверхности конуса.
4. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания 5 см и 12 см, а диагональ параллелепипеда наклонена к плоскости основания под углом 45°. Найти высоту параллелепипеда.

Экзаменационный билет № 22

1. Найдите точки экстремума функции $y = x^4 - 4x^3 - 2$
2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 - 2x + 4$ и $y = 4$.
3. Образующая конуса равна 6 см, а угол при вершине осевого сечения равна 60°. Найдите объем конуса.
4. Длины ребер прямоугольного параллелепипеда равны 4 см, 8 см и 24 см. Найдите длины диагоналей параллелепипеда и площадь полной поверхности.

Экзаменационный билет № 23

- Найдите точки экстремума функции $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 8$
- Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 + 4x + 5$ и $y = 5$.
- Образующая конуса равна 6 см, а угол между образующей и плоскостью основания равен 60°. Найдите объем конуса.
- В основании прямого параллелепипеда лежит ромб, диагонали которого равны 12 см и 16 см. Высота параллелепипеда – 8 см. Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.

Экзаменационный билет № 24

1. Найдите точки экстремума функции $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x$
2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 4 - x^2$ и $y = 2 - x$.
3. Осевым сечением конуса является равнобедренный треугольник с основанием 12 см. Образующая конуса наклонена к плоскости основания под углом 45°. Найдите объем конуса.

4. В прямом параллелепипеде стороны основания равны $2\sqrt{2}$ см и 5 см и образуют угол 45°. Меньшая диагональ параллелепипеда равна 7 см. Найдите объем параллелепипеда.

Экзаменационный билет № 25

- Найдите точки экстремума функции $y = x^3 - 3x^2 - 9x$
- Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 2x - x^2$ и $y = 0$.
- Осевым сечением конуса является треугольник со сторонами 5 см, 5 см и 8 см. Найдите объем конуса.
- В правильной четырехугольной пирамиды сторона основания равны 12 см, а апофема боковой грани – 8 см. Найдите боковое ребро пирамиды.

Экзаменационный билет № 26

1. Найдите точки экстремума функции $y = 9x^2 - x^3 - 24x$
2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 4x - x^2$ и $y = 0$.
3. Образующая конуса равна 25 см, а радиус основания – 7 см. Найдите объем конуса.
4. Основанием прямого параллелепипеда служит ромб с диагоналями 6 см и 8 см. Диагональ боковой грани равна 13 см. Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.

Экзаменационный билет № 27

1. Найдите точки экстремума функции $y = 9x^2 - 3x^3 - 24$
2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 6x - x^2$ и $y = 0$
3. Осевое сечение цилиндра – квадрат, площадь которого равна 36 см$^2$. Найдите площадь основания и объем цилиндра.
4. Основанием пирамиды является параллелограмм, у которого стороны равны 3 см и 7 см, а одна из диагоналей – 6 см. Высота пирамиды, проходящая через точку пересечения диагоналей основания равна 4 см. Найдите боковые ребра пирамиды.

Экзаменационный билет № 28

- Найдите точки экстремума функции $y = -x^4 + 8x^2 + 9$
- Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = -x^2 + 4x - 3$ и $y = 0$
- Осевое сечение цилиндра – квадрат, площадь которого равна 9 см$^2$. Найдите площадь боковой поверхности и объем цилиндра.
- В прямом параллелепипеде стороны основания 8 см и 15 см и образуют угол 60°. Меньшая диагональ параллелепипеда составляет с плоскостью основания угол 30°. Найдите объем параллелепипеда.

Экзаменационный билет № 29

- Найдите точки экстремума функции $y = 8x^2 - x^4 + 9$

– Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 2x - x^2$ и $y = -x$

– Осевое сечение цилиндра – квадрат, площадь которого равна 16 см$^2$. Найдите объем цилиндра.

– В прямом параллелепипеде стороны основания 3 см и 5 см, а одна из диагоналей основания 4 см. Меньшая диагональ параллелепипеда составляет с плоскостью основания угол 60°. Найдите диагонали параллелепипеда.

Экзаменационный билет № 30

1. Найдите точки экстремума функции $y = x^3 - 6x^2 + 4$
2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2$ и $y = 3 - 2x$
3. Радиус основания конуса равен 0,6 м, а образующая – 1 см. Найдите объем конуса.
4. Боковое ребро прямого параллелепипед равно 5 см, стороны основания – 6 см и 8 см, а одна из диагоналей основания равна 12 см. Найдите диагонали параллелепипеда.

## V. Перечень материалов, оборудования и информационных источников, используемых в ходе аттестации по учебной дисциплине

**Оборудование учебного кабинета. Технические средства обучения**

| Наименование кабинета | Оснащение кабинета |
|---|---|
| Кабинет № 206 «Математика. Математические дисциплины. Общеобразовательные дисциплины» | Комплект учебной мебели (столы, стулья, доска); компьютер в сборе (системный блок (Intel Celeron 1,8 GHz, 1 Gb), монитор Philips 193 ЖК, клавиатура, мышь) - 1 шт., локальная компьютерная сеть, графопроектор «Vega n 13110», экран демонстрационный на штативе – 1 шт; Микрокалькулятор 15шт; Стенды; Набор моделей по стереометрии, комплект плакатов |

**Информационное обеспечение обучения**

| Наименование издания | Автор | Вид издания (учебник, учебное пособие, методические указания, практикум и т.п., ссылка наинформационный ресурс) | Реквизиты издания/доступ к информационному ресурсу |
|---|---|---|---|
| Основная литература | | | |
| Математика | Башмаков М. И. | Учебник | М.: КНОРУС, 2017.-394с. https://www.book.ru/book/919637/view2/2 |
| Дополнительная литература | | | |
| Математика | Дорофеева В. А. | Учебник для СПО | М.: Издательство Юрайт, 2017. -400 . https://biblio-online.ru/viewer/B646843F-0131-41C8-AEB6-B4C37ED1E97F#page/10 |
| Математика | Богомолов Н. В. | Электронный курс | – М. : КНОРУС, 2017. – 394 с. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | Режим доступа :https://biblio-online.ru/viewer/D4B1DE57-5DCA-464F-9D73-2B57AACBD299#page/2 |
| Математика | Богомолов Н. В., Самойленко П. И. | Учебник для СПО | М.: Издательство Юрайт, 2018. -396 с. |
| Интернет-ресурсы | | | |
| http://window.edu.ru/(Единое окно доступа к образовательным ресурсам Российской Федерации).<br>http://studentam.net/ (Электронная библиотека учебников)<br>http://www.etudes.ru/ (Математические этюды) | | | |

## VI. Дополнения и изменения к комплекту ФОС на учебный год

Дополнения и изменения к комплекту ФОС на ___-___ учебный год по учебной дисциплине Математика.

В комплект ФОС внесены следующие изменения:

Дополнения и изменения в комплекте ФОС обсуждены на заседании ЦК математических и естественнонаучных дисциплин

«_» ____________ 20 _____г. (протокол № ______ ).

Председатель ЦК _________________ / ___________________ /